# MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

### WILLIAM DE CARVALHO RODRIGUES

## LOCALIZAÇÃO DE EMISSOR ATRAVÉS DE DIFERENÇA DE FREQUÊNCIA

Rio de Janeiro 2020

### WILLIAM DE CARVALHO RODRIGUES

### LOCALIZAÇÃO DE EMISSOR ATRAVÉS DE DIFERENÇA DE FREQUÊNCIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência em Engenharia Elétrica.

Orientador: José Antonio Apolinário Junior - D.Sc.

Rio de Janeiro 2020

#### ©2020 INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Rodrigues, William de Carvalho

Localização de Emissor Através de Diferença de Frequência / William de Carvalho Rodrigues. – Rio de Janeiro, 2020. 84 f.

Orientador: José Antonio Apolinário Junior.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Elétrica, 2020.

1. FDOA. 2. Doppler. 3. Localização de Emissor. I. Apolinário Junior, José Antonio, orient. II. Localização de Emissor Através de Diferença de Frequência

### WILLIAM DE CARVALHO RODRIGUES

### Localização de Emissor Através de Diferença de Frequência

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência em Engenharia Elétrica. Orientador: José Antonio Apolinário Junior

Aprovado em Rio de Janeiro, 23 de janeiro de 2020, pela seguinte banca examinadora:

Prof. José Antonio Apolinário Junior - D.Sc. do IME - Presidente

Prof. Alberto Gaspar Guimarães - D.Sc. do IME

Prof. Ilídio Leite Ferreira Filho - D.Sc. da Marinha do Brasil.

Rio de Janeiro 2020

Dedico esse trabalho a meus pais, Arthur e Marilza, que contribuíram para a realização deste trabalho muito mais do que imaginam.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que me incentivaram, apoiaram e possibilitaram esta oportunidade de ampliar meus horizontes.

Agradeço a minha família, Sabrina e Miguel, que tiveram seu tempo sacrificado para que eu pudesse concluir esta missão, e a meus pais Arthur e Marilza, cujo orgulho por mim nunca faltou.

Agradeço a Marinha do Brasil por esta oportunidade valiosa, em especial a meu orientador acadêmico Dr. Ilídio Leite Ferreira Filho que nunca me negou ajuda ou apoio para a realização deste trabalho.

Sou igualmente grato aos Srs. mestres do Instituto Militar de Engenharia pelas excelentes aulas proferidas, em especial ao meu orientador Cel R/1 José Antonio Apolinário Júnior pelo tempo e paciência despendidos com a minha formação. Agradeço também ao técnico Jorge Paulo do Bomfim, do Laboratório de Procesamento Digital de Sinais (LPDS), que participou ativamente da realização dos experimentos descritos nesta dissertação.

# RESUMO

Detecção e localização do inimigo é um tema rotineiro em qualquer atividade militar, em especial no teatro de operações navais. Por esse motivo, foram desenvolvidos sistemas de guerra eletrônica capazes de localizar um alvo de forma eficaz e eficiente, assim como negar o uso do espectro eletromagnético por outras forças navais. Neste cenário, toda informação contida em um sinal recebido deve ser explorada.

Esta dissertação investiga a técnica de localização de um alvo através da deformação do sinal por efeito Doppler. Esta técnica é conhecida como Diferença de Frequência de Chegada (FDOA - do inglês, *Frequency Difference of Arrival*) ou simplesmente Diferença Doppler (DD - do inglês, *Differencial Doppler*). São apresentados quatro métodos de aplicação do FDOA, métodos de estimação de frequência e de remoção de *outliers*. Além disso, foi avaliada uma técnica baseada em FDOA que considera um único sensor instalado em um veículo em movimento em dois cenários distintos: acústico e eletromagnético. Também são apresentados os resultados de um experimento real no cenário acústico e comparado com a teoria.

Palavras-chave: FDOA. Doppler. Localização de Emissor.

# ABSTRACT

Detection and localization of the enemy is an ordinary topic in any military activity, especially in naval operations. Therefore, electronic warfare systems have been developed to locate targets effectively and efficiently, as well as to deny the use of the electromagnetic spectrum by other naval forces. In this scenario, all information on a received signal must be analysed.

This paper investigates the technique of localization of targets using the signal deformation caused by the Doppler effect. This technique is known as Frequency Difference of Arrival (FDOA) or simply Differential Doppler (DD). Four methods of FDOA application, as well as frequency estimation and outlier removal methods, are presented. In addition, an FDOA-based technique that considers a single sensor installed on a moving vehicle in two different scenarios, acoustic and electromagnetic, was evaluated. The results of a real experiment in the acoustic scenario are also presented and compared with simulation results.

Keywords: FDOA. Doppler. Target Localization.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	. —	Dois sensores capturando o sinal emitido por um emissor	19
Figura 2	2 –	Estrutura básica de um sistema de localização baseado em FDOA	20
Figura 3	-	Cenário naval de interesse	22
Figura 4	L —	Exemplo de formação de isodoppler através de dois sensores	25
Figura 5	<b>;</b> —	Isodoppler passando pela fonte.	26
Figura 6	; —	Exemplo de formação de isodoppler através de três sensores	27
Figura 7	-	Exemplo de formação de isodoppler através de três sensores com veloci-	
		dades diferentes: $v_1 = 30 \text{ m/s}, v_2 = 100 \text{ m/s} \text{ e } v_3 = 250 \text{ m/s}.$	28
Figura 8	- 3	Exemplo de formação de isodoppler onde sensor 1 possui maior velocidade.	28
Figura 9	) —	Exemplo de formação de isodoppler onde sensor 2 possui maior velocidade.	29
Figura 1	0 -	Isodopplers variando a velocidade do sensor 2 ao passo de 5 m/s, de 5	
		m/s a 200 m/s. A velocidade do sensor 1 é constante e igual a 100 m/s.	30
Figura 1	1 -	Isodopplers em função de coordenadas polares	31
Figura 1	2 -	Trajetória da estimativa	36
Figura 1	3 -	Evolução do erro a cada iteração	36
Figura 1	4 -	50 iterações pela técnica via distâncias	37
Figura 1	5 -	Pico de localização do alvo por busca exaustiva	39
Figura 1	6 -	Erro RMS de estimativa após 100 iterações da técnica MLE	41
Figura 1	7 –	Vetor de estimativa de frequências $\mathbf{\hat{f}}$ utilizando janelamento de Hann	
		sobre o sinal acústico descrito na Seção 2.4.1	44
Figura 1	8 -	Vetor de estimativa de frequências $\mathbf{\hat{f}}$ utilizando $DFT^1$ sobre o sinal	
		acústico descrito na Seção 2.4.1	45
Figura 1	9 -	Diferença entre Frequência Teórica e Estimadores sobre o sinal acústico	
		descrito na Seção 2.4.1	46
Figura 2	20 -	Exemplo de resposta da transformada de Hilbert	48
Figura 2	21 -	Vetor de estimativa de frequências $\mathbf{\hat{f}}$ utilizando IF. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	49
Figura 2	22 -	Sinal de 3 kHz variante.	50
Figura 2	23 -	Posições Escolhidas para o Sensor.	50
Figura 2	24 -	Erro de Posicionamento Médio (curvas azuis) e número de falhas (curvas	
		vermelhas) por SNR para diferentes $N_{FFT}$	51
Figura 2	25 -	Erro de Posicionamento Médio (curvas azuis) e número de falhas (curvas	
		vermelhas) por SNR para diferentes $N_{FFT}$	52
Figura 2	26 -	Um conjunto de estimativas de distâncias	54
Figura 2	27 –	Um conjunto de estimativas de distâncias com destaque para os <i>outliers</i> .	54
Figura 2	28 -	Frequência teórica e obtida após leitura do sinal	55

Figura 2	29 -	Posições Escolhidas para o Sensor.	57
Figura 3	30 -	Cruzamento das Isodopplers no caso $\sigma_n = 0, 1$ Hz. Alvo em [50 m 5 m].	57
Figura 3	31 -	Geometria das estimativas considerando posições $S_3, S_4$ e $S_5. (\sigma_n =$	
		0,001 Hz)	58
Figura 3	32 -	Frequência Estimada do Experimento Real.	59
Figura 3	33 -	Posição Estimada do Experimento Real. Posição real em vermelho,	
		estimativas em asterisco negro e média das estimativas em azul	60
Figura 3	34 -	Aplicativo Sincronizado com GPS.	61
Figura 3	35 -	Emissor de Sinal de 3 kHz	62
Figura 3	36 -	Pista de 100m demarcada	62
Figura 3	37 -	Microfone instalado do lado de fora do automóvel	63
Figura 3	38 -	Exemplo de Transmissão de Trem de Pulsos	65
Figura 3	39 -	Retorno dos Pulsos usando Antena Rotativa	65
Figura 4	40 -	Estimativas de frequência de um radar pulsado	67
Figura 4	41 -	Isodopplers para o caso ideal em cenário naval	68
Figura 4	42 -	Estimativas para diferentes Desvios Padrão com $e_{shift} \neq 0$	70
Figura 4	43 -	Estimativas para diferentes Desvios Padrão com $e_{shift} = 0$	71
Figura 4	44 -	Evolução da técnica On-the-fly a partir das isodopplers	72
Figura 4	45 -	Simulação de Efeito Doppler em 9 GHz.	73
Figura 4	46 -	Desempenho do método On-the-fly	74
Figura 4	47 -	Distribuição das Elipses de Erro.	74
Figura 4	48 -	Exemplo de Distribuição de Estimativas delimitadas por Elipse de Erro.	75
Figura 4	49 -	Resposta em Frequência de um trem de pulsos.	76
Figura <sup>§</sup>	50 -	OTF aplicado em radar pulsado.	76
Figura <sup>§</sup>	51 -	Erro do método OTF e MLE aplicado ao cenário naval $(SNR = 0 \text{ dB})$ .	77

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Resultado do Experimento Real	60
Tabela 2 –	Média e Desvio Padrão do Erro de Localização ( $e_{shift} \neq 0)$	69
Tabela 3 –	Média e Desvio Padrão do Erro de Localização ( $e_{shift}=0)$	69
Tabela 4 –	Número de estimativas a cada ponto de aquisição	73
Tabela 5 –	Desempenho de método MLE	78

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOA	Angle of Arrival
DD	Differential Doppler
DFT	Discrete Fourier Transform
FDOA	Frequency Difference of Arrival
$\mathbf{FFT}$	Fast Fourier Transform
FI	Frequência Intermediária
GDOP	Geometric Dilution of Precision
GPS	Global Positioning System
IF	Instantaneous Frequency
IQR	Interquartile Range
KIAS	Knots-Indicated Air Speed
MAD	Median Absolute Deviation
MAGE	Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica
MAE	Medidas de Ataque Eletrônico
MPE	Medidas de Proteção Eletrônica
MLE	Maximum Likelihood Estimator
OTF	On-the-Fly
PRF	Pulse Repetition Frequency
RSS	Received Signal Strength
$\operatorname{RF}$	Rádio-frequência
TDOA	Time Difference of Arrival

# SUMÁRIO

1	ΙΝΤRODUÇÃO	14
1.1	Motivação	16
1.2	Organização	17
2	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	18
2.1	Efeito Doppler	18
2.2	Localização por Diferença de Frequência	19
2.3	Estrutura	20
2.4	Cenários de Interesse	20
2.4.1	Cenário com Sinal acústico	21
2.4.2	Cenário Naval	21
2.5	Estimador de Máxima Verossimilhança	22
3	MÉTODOS PARA REALIZAR	
	ESTIMATIVAS FDOA	24
3.1	Método Geométrico	24
3.1.1	lsodoppler	24
3.1.2	Isodoppler de Sensores com Diferentes Velocidades	27
3.2	Método Geométrico Baseado em Coordenadas Polares	30
3.3	Método Iterativo	31
3.3.1	Método de Newton	32
3.3.2	FDOA Iterativo	33
3.3.3	Outras formas de iteração	37
3.4	Busca Exaustiva	38
3.5	MLE para FDOA	38
4	ESTIMADORES DE FREQUÊNCIA E	
	DETECÇÃO DE OUTLIER	42
4.1	Estimadores de Frequência	42
4.1.1	$DFT^0$	42
4.1.2	$DFT^1$	44
4.1.3	Frequência Instantânea (IF - do inglês, <i>Instantaneous</i>	
	Frequency)	47
4.2	Simulações Comparativas Entre Estimadores	49
4.3	Remoção de Outliers	53

5	EXPERIMENTO COM SINAL ACÚSTICO	55
5.1	Simulações	55
5.2	Combinação de Oito Posições	56
5.3	Distorção da Geometria	58
5.4	Descrição do Experimento com Sinal Acústico	58
5.5	Resultados do Experimento com Sinal Acústico	59
6	APLICAÇÃO NAVAL	64
6.1	Conceitos Básicos sobre RADAR	<b>6</b> 4
6.1.1	Radar Pulsado	64
6.1.2	Radar de Onda Contínua (CW)	66
6.2	Influência dos Receptores Digitais e Modelagem do Erro 6	67
6.3	Método On-The-Fly (OTF)	70
6.4	Exemplo do Método OTF aplicado a Radar Pulsado	75
6.5	Resultados da Simulação para Radar CW	77
7	CONCLUSÃO	79
7.1	Sugestão de trabalhos futuros	30

<b>REFERÊNCIAS</b> .	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	82
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

# 1 INTRODUÇÃO

Todas as forças armadas inseridas no cenário de guerra moderno utilizam o espectro eletromagnético para realizar diversas atividades como comunicação, vigilância, detecção de alvos ou provocar interferências. As unidades militares, desde bases fixas até unidades móveis, necessitam transmitir sinais de diferentes tipos para cumprir suas missões. Os sinais mais comuns numa operação são os de rádio-frequência (RF) para comunicação (COMINT) e os de mais alta frequência (pulsados ou contínuos) de radares (ELINT). No âmbito marítmo, é condição indispensável que os sistemas de comunicação e os radares de navegação estejam em operação no meio naval para que este esteja apto para navegar. Assim sendo, técnicas de localização de fontes emissoras de RF são relevantes em aplicações militares atuais.

Contudo, a emissão deste tipo de sinal pode revelar a posição do emissor. Equipamentos de guerra eletrônica foram desenvolvidos e instalados nos meios navais para capturar estes sinais e extrair dele diversos tipos de informação. O campo de estudo de qualquer ação que vise negar o uso do espectro eletromagnético ao inimigo e garantir a utilização deste espectro pelas forças amigas é conhecido como Guerra Eletrônica. Este campo é dividido em Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE), Medidas de Ataque Eletrônico (MAE) e Medidas de Proteção Eletrônica (MPE) (1).

Segundo (2), as MAGE são conjuntos de ações visando a busca, interceptação, identificação e localização eletrônica das fontes de energia eletromagnética. Os equipamentos MAGE detectam a presença de emissores, determinam sua direção e os identificam comparando as características dos seus sinais emitidos com as características de sinais armazenados no seus banco de dados.

Localizar a posição do emissor de sinais de forças inimigas é um dos principais objetivos de qualquer sistema de Guerra Eletrônica, pois pode revelar a disposição da força, subsidiar munições guiadas por satélite do tipo *"fire-and-forget"*, como os mísseis exocet utilizados pela Marinha do Brasil, e a concatenação de informações sobre diferentes tipos de emissores numa mesma região pode auxiliar a identificação do meio com que se está lidando (3). Ou seja, com essa informação a força amiga pode antecipar ações do inimigo, determinar a quantidade de unidades, sua disposição no teatro de operações e quais equipamentos estão utilizando.

Quando múltiplos sensores são utilizados em um teatro de operações, diferentes técnicas podem ser aplicadas para estimar a posição do alvo tendo como base: o ângulo de chegada (AOA - do inglês Angle of Arrival) (4) (5), a diferença de tempo de chegada (TDOA - do inglês Time Difference of Arrival) (6) (7), a diferença de potência (RSS - do

inglês *Received Signal Strength*) (8), a frequência de chegada (FOA - do inglês *Frequency* of Arrival) (9) (10) ou ainda uma técnica que utiliza a diferença de frequência causada por efeito Doppler chamada diferença de frequência de chegada (FDOA - do inglês *Frequency Difference of Arrival*) (11) (12).

O ângulo de chegada (AOA), também conhecido como linha de marcação, é uma informação básica realizada por sistemas de Guerra Eletrônica que aponta a direção em que se encontra o emissor. Um sistema de medidas de apoio a guerra eletrônica (MAGE) instalado em um meio naval pode localizar o ângulo de chegada (AOA) de um pulso radar recebido através de um conjunto de antenas localizadas em seu domo, comparando a intensidade de sinal recebido entre elas (3). Diferentes marcações de AOA podem ser usadas para realizar a triangulação da posição do alvo para, por fim, localizá-lo. A técnica de frequência de chegada (FOA) utiliza um *array* de sensores para determinar a diferença de frequência recebida e utilizar essa informação, combinada com o AOA, para aumentar a precisão da estimativa de direção de chegada, estimar a velocidade relativa entre sensor e emissor ou estimar a posição do emissor (13).

A diferença por tempo de chegada (TDOA) utiliza um conjunto de sensores sincronizados em diferentes posições que recebem o mesmo sinal, porém em instantes de tempo diferentes. A diferença de tempo de chegada a cada dois sensores produz uma curva hiperbólica no espaço com as possíveis posições do emissor. Com pelo menos três sensores, é possível encontrar a localização do emissor através da interseção entre essas hipérboles.

A técnica por potência de sinal recebido (RSS) também utiliza um conjunto de sensores distanciados que, ao receber o sinal de interesse, analisa a potência recebida deste sinal. Através da relação entre a intensidade da onda eletromagnética, a potência inicial do emissor e a distância percorrida, é possível traçar uma circunferência centrada no receptor relativa à distância esperada do emissor. Com pelo menos três sensores é possível encontrar a localização do alvo por meio da interseção entre as três circunferências (8).

Este trabalho avalia diferentes aplicações da técnica de diferença de frequência de chegada (FDOA) que, analogamente às anteriores, independente de outras técnicas de locaização, utilizada um conjunto de sensores sincronizados e dispersos em uma região de interesse que, através da diferença de leitura da frequência do sinal percebido por esses sensores, distorcida pelo efeito Doppler, gerará um conjunto de curvas cuja interseção representa a posição estimada do emissor. Segundo (14), existem quatro formas de estimar a posição do emissor via FDOA. Esta dissertação abordará um método geométrico, um método via coordenadas polares, um método recursivo com diferentes abordagens e um método de busca exaustiva.

### 1.1 Motivação

A técnica FDOA tem por objetivo localizar o emissor através da diferença de frequência percebida por múltiplos sensores em movimento. Quando estes sensores se afastam ou se aproximam do emissor, eles percebem a frequência do sinal diferente da original emitida devido ao efeito Doppler (15).

A escolha do método de localização de alvo depende da aplicação que se deseja implementar e dos recursos físicos disponíveis para realizá-la. Para estimar o AOA, necessitamos de um arranjo de sensores (equipamento também conhecido como DF, do inglês *Direction Finder*) operante no cenário de interesse, como no caso dos sistemas MAGE nos meios navais. Por outro lado, para utilizar o TDOA, ou RSS ou FDOA para extrair a posição do alvo ao invés de uma linha de marcação, um conjunto de, no mínimo, três sensores são requisitados, além da dificuldade de sincronização.

No entanto, tanto o AOA, o RSS quanto o TDOA desconsideram uma variável recorrente no teatro de operações: a velocidade. É comum que, durante uma operação militar, haja velocidade relativa entre o emissor e os sensores pois os navios e aeronaves (no caso naval) assim como os carros de combate (no caso terrestre) estejam em movimento, deformando por efeito Doppler a frequência de pulsos de ondas eletromagnéticas ou mecânicas que por ventura estejam emitindo. Quando analisada de forma adequada, esta deformação em frequência é uma informação de interesse que pode ser crucial para realizar a estimativa de localização das forças inimigas.

Das técnicas apresentadas, a única que analisa a influência do efeito Doppler para realizar estimativa de localização de alvos é a FDOA.

Já existem trabalhos publicados que combinam TDOA com FDOA (16) onde um mesmo sensor, capaz de registrar não apenas o tempo de chegada do sinal mas também a medida da frequência percebida, pode utilizar as duas informações para anular as redundâncias de localização inerente aos cruzamentos das hipérboles (TDOA) ou isodoppler (FDOA), baixando a quantidade mínima de sensores de 3 para 2. Ou seja, o FDOA não apenas pode ser utilizado com um método independente de localização de emissores, como também como técnica auxiliar de outros métodos para eliminar redundâncias ou para aumentar suas precisões.

É possível utilizar a técnica FDOA para localizar alvo através do lugar geométrico formado pela interação entre dois sensores (11) ou através da projeção de múltiplos sensores previamente posicionados e sincronizados (12). Porém, nestes casos, considera-se que o valor da frequência original do sensor é conhecida. Além disso, no caso em que o alvo esteja parado, é possível imaginar um único sensor em movimento retilíneo que seja capaz de capturar dados cumulativamente e utilizá-lo para melhorar a estimativa do alvo a cada novo dado coletado. Este trabalho visa a possibilidade de implementar a localização de um emissor RF parado através da técnica de FDOA utilizando apenas um sensor localizado em uma aeronave de asa fixa que sobrevoa o teatro de operações navais acumulando dados, decidindo quais deles são confiáveis e os utilizando para aprimorar a localização do alvo.

### 1.2 Organização

A dissertação está estruturada em 7 capítulos. No Capítulo 2 são apresentados conceitos fundamentais sobre efeito Doppler e FDOA, além de descrever a estutura do sistema a ser proposto e os cenários de interesse: acústico e naval. No Capítulo 3 é apresentado o conceito de isodopplers e descritos os diferentes métodos para se calcular FDOA, dentre eles o iterativo baseado no método de Newton e o que utiliza busca exaustiva.

No Capítulo 4 são apresentados os diferentes tipos de estimadores de frequência, sua relação com os diferentes métodos de FDOA e técnicas de remoção de *outlier*. No capítulo 5 são apresentados os resultados de um experimento real utilizando FDOA para detectar um emissor de sinal acústico através de um microfone instalado em um automóvel. No Capítulo 6 é apresentada uma simulação de cenário naval do sistema, considerando uma aeronave de asa fixa no lugar do automóvel e um emissor de sinal radar no lugar do sinal acústico.

Por fim, é apresentada a conclusão do trabalho no Capítulo 7 onde são discutidos os resultados obtidos durante as pesquisas e apresentadas propostas para trabalhos futuros.

# 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo iremos definir alguns conceitos que irão permear todos os demais capítulos desta dissertação, como o de efeito Doppler e métodos de localização por diferença de frequência. Também, serão descritos os cenários de interesse que serão utilizados nas simulações de cada etapa deste trabalho.

### 2.1 Efeito Doppler

Considere um emissor de um sinal monotônico com frequência  $f_0$  e um receptor deste sinal. Se o emissor e o receptor estiverem parados um em relação ao outro, o receptor perceberá a mesma frequência  $f_0$  sendo transmitida pelo emissor. Porém, se surgir movimento entre emissor e receptor, seja o emissor passando a se mover, ou o receptor passando a se mover, ou ainda uma combinação de movimento realizada entre os dois, a frequência do sinal percebido pelo receptor passa a ser  $f_r \neq f_0$ .

A este fenômeno dá-se o nome de efeito Doppler e se trata da alteração da frequência de uma onda, mecânica ou eletromagnética, percebida por um observador em movimento em relação ao emissor.

Entretanto, assumindo conhecidas as velocidades do emissor e do receptor, esta alteração na frequência percebida pelo receptor pode ser determinada. De maneira geral, a frequência aumenta quando o emissor e o receptor se aproximam e diminui quando se afastam.

Considerando o caso retilíneo, a frequência percebida pelo receptor é dada por (3):

$$f_r = f_0 \frac{v_p + v_r}{v_p - v_e} , \qquad (2.1)$$

onde  $f_r$  é a frequência percebida pelo receptor,  $f_0$  é a frequência original do emissor,  $v_p$  é a velocidade de propagação da onda no meio e  $v_r$  e  $v_e$  são, respectivamente, as velocidades radiais do receptor e do emissor (positivas quando se aproximam e negativas quando se afastam).

Quando  $v_r$  e  $v_e$  são muito menores do que  $v_p$ ,  $f_r$  pode ser aproximado para (3):

$$f_r = f_0 \left( 1 + \frac{(v_r - v_e)}{v_p} \right)$$
 (2.2)

e, portanto,

$$f_d = \frac{f_0}{v_p} (v_r - v_e) = \frac{1}{\lambda} (v_r - v_e) , \qquad (2.3)$$

onde  $f_d$  é a frequência Doppler e  $\lambda$  é o comprimento de onda do sinal.

Como cada sensor está localizado em um determinada posição em relação ao emissor em um instante de tempo distinto, é possível estimar o ângulo de recepção do sinal por efeito Doppler.

### 2.2 Localização por Diferença de Frequência

Considere dois sensores se movendo com velocidade constante sobre o eixo x em posições distintas (11). As velocidades dos dois sensores são assumidas iguais em módulo e direção. Considere também um emissor estático emitindo constantemente um sinal de frequência conhecida, conforme ilustrado pela Figura 1.



Figura 1 – Dois sensores capturando o sinal emitido por um emissor.

A diferença Doppler  $\Delta f$  pode ser calculada da seguinte forma:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = f_0 \frac{v}{v_p} [\cos(\beta) - \cos(\alpha)] , \qquad (2.4)$$

onde, a partir da Eq. (2.2),

$$f_{1} = f_{0}(1 + \frac{v}{v_{p}}cos(\alpha)) \quad e f_{2} = f_{0}(1 + \frac{v}{v_{p}}cos(\beta));$$
(2.5)

Note que  $vcos(\alpha)$  e  $vcos(\beta)$  correpondem às projeções das velocidades dos sensores sobre a reta que une suas posições a do alvo, como apresentado na Figura 1.

A técnica de localização do alvo através da diferença de frequência percebida pelos sensores devido ao efeito Doppler, caracterizada pela Eq. (2.4) é chamada de técnica de Diferença de Frequência de Chegada (*Frequency Difference of Arrival* - FDOA) ou Diferença Doppler (*Differential Doppler* - DD).

Os diferentes métodos de calcular FDOA serão descritos no Capítulo 3.

### 2.3 Estrutura

A Figura 2 apresenta um diagrama que ordena os processos envolvidos na localização de um emissor. O sinal recebido será captado por um microfone ou por uma antena sintonizada, dependendo do tipo de sinal que se pretende trabalhar. Em seguida, o sistema deve extrair a frequência desse sinal utilizando uma das técnicas apresentadas na literatura. Um vetor de amostras sincronizadas será criado e com essas informações, adicionadas a posição e velocidade dos sensores, uma estimativa de posição será gerada utilizando um dos métodos FDOA descritos no Capítulo 3. Conforme o sistema evolui, novas leituras de sinal serão obtidas e novas estimativas serão geradas, aumentando mais a precisão da posição presumida do alvo. Por fim, uma técnica de remoção de outliers será utilizada para que estimativas incongruentes não corrompam a estimativa final.



Figura 2 – Estrutura básica de um sistema de localização baseado em FDOA.

#### 2.4 Cenários de Interesse

Nesta seção iremos descrever os dois cenários de interesse para esta dissertação; eles serão considerados nas simulações e no experimento prático descritos nos próximos capítulos. Todas as simulações apresentadas nesta dissertação foram feitas no programa MATLAB<sup>®</sup>, da Mathworks, versão 2017, instalado em Microsoft Windows<sup>®</sup> 10 Home Single Language, processador Intel<sup>®</sup> Core i7-7500U, 2,70 GHz, com 8 GB de memória RAM.

#### 2.4.1 Cenário com Sinal acústico

Este cenário considera um emissor parado na posição [50 m 5 m] e um sensor se movendo com velocidade constante pelo eixo x da posição 0 m à posição 100 m. Desta forma, ao invés de utilizar múltiplos sensores, podemos considerar um único sensor se movendo em velocidade constante e utilizar a informação coletada em diferentes instantes de tempo. Neste cenário, o sensor é um microfone instalado em um automóvel se movendo a 30 km/h, captando um sinal acústico (tom senoidal) de  $f_0 = 3$  kHz gerado por um alto-falante.

#### 2.4.2 Cenário Naval

Considere uma aeronave se movendo em linha reta a 100 km/h ao longo do eixo x entre as posições 0 e 100 km. Considere também como alvo um navio posicionado em [50 km 50 km] emitindo com um radar de 9 GHz com potência suficiente para detectar um alvo a até 40 km. Isso significa que a potência do radar garante que seus pulsos percorram 80 km, 40 km até o alvo e mais 40 km da reflexão do alvo até o receptor do radar. Neste cenário, portanto, a aeronave poderá ler o pulso do radar mas não será detectada pelo navio, pois sua reflexão precisará percorrer no mínimo 100 km no ponto [50 km 0].

Considerando que o navio esteja parado, a aeronave se movendo a 100 m/s ao longo do eixo x pode realizar diversas medidas em diferentes instantes de tempo e cada uma dessas medidas podem ser consideradas como sendo os diferentes sensores se movendo ao longo do eixo x e realizando uma medida no mesmo instante de tempo previsto na teoria do Capítulo 3, conforme ilustrado pela Figura 3.

As características da aeronave proposta para o experimento foram baseadas pelo manual técnico da aeronave de asa fixa A-4 Skyhawk, utilizada pela Marinha do Brasil sob a denominação AF-1. Segundo o manual, a aeronave possui precisão de medida de velocidade de 1 nó, velocidade de trabalho: 110 a 584 KIAS (56 a 300 m/s) e precisão do GPS: 0.01" latitude/longitude (0.307m).

Da mesma forma, as características da simulação do radar foram baseadas pelo manual técnico do radar de navegação Furuno série 1835 utilizado em vários navios da Marinha do Brasil. Optou-se pelo radar de navegação para subsidiar o experimento por ser um equipamento comercial cujas informações técnicas não possuem sigilo, porém, todas as metodologias e análises realizadas nesta dissertação poderão ser repetidas para qualquer



Figura 3 – Cenário naval de interesse.

radar de interesse. A frequência de transmissão do radar é de 9410 MHz, com janela de pulso máxima de 0.8  $\mu$ s, rotação da antena de 24 rpm e potência de saída de 4 kW.

### 2.5 Estimador de Máxima Verossimilhança

O estimador de máxima verossimilhança (Maximum Likelihood Estimator – MLE) é uma importante ferramenta estatística para estimar parâmetros com base numa amostra aleatória simples e sua função de distribuição de probabilidade com o objetivo de encontrar o valor que maximiza a probabilidade de uma amostra ser observada (17).

Considere um conjunto de amostras aleatórias simples  $x_1, x_2, ..., x_n$  independentes e identicamente distribuídas quando condicionados a um um parâmetro desconhecido  $\theta$ e a função de probabilidade  $f(x_i | \theta)$  relativa a este conjunto em função de  $\theta$ ). Devido a independência das amostras, temos

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n \mid \theta) = f(x_1 \mid \theta) f(x_2 \mid \theta) \dots f(x_n \mid \theta).$$

$$(2.6)$$

Fixando as amostras e considerando apenas  $\theta$  como variável, a função de verossimilhança  $L(X_1, X_2, ..., X_n \mid \theta)$  será a probabilidade conjunta de cada variável aleatória assuma o valor correspondente do conjunto de amostras, ou seja,  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, ..., X_n = x_n$ . Ou seja,

$$L(x_1, x_2, ..., x_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i \mid \theta).$$
 (2.7)

A ideia por trás do estimador de máxima verossimilhança é maximizar a probabilidade de ocorrência do conjunto de amostras em função da variável desconhecida  $\theta$ . Para tal, a função de verossimilhança é derivada em função da variável desconhecida e igualada a zero:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0. \tag{2.8}$$

Uma dificuldade prática para alcançar o estimador de máxima verossimilhança é a derivação do produtório de funções de distribuição de probabilidade. Por isso, (17) sugere a derivação do logaritmo da função de verossimilhança na base mais adequada para a distribuição desejada, pois o produtório passa a ser um somatório de logaritmos. Ou seja

$$logL(x_1, x_2, ..., x_n \mid \theta) = \sum_{i=1}^n log[f(x_i \mid \theta)].$$
 (2.9)

Veremos nos próximos capítulos que, no caso de uma probabilidade normalmente distribuída, o logaritmo neperiano é mais adequado para suprimir a exponencial desta distribuição.

Em resumo, este capítulo apresentou os conceitos de efeito Doppler e de FDOA, ou seja, como o efeito Doppler pode ser utilizado para localizar um emissor de sinal acústico ou RF. Além disso, foi apresentada a estrutura do sistema de localização cujos componentes serão discutidos em seções particulares ao longo desta dissertação. Finalmente, foi introduzido o conceito do estimador de máxima verossimilhança, com o qual o sistema em avaliação será confrontado.

# 3 MÉTODOS PARA REALIZAR ESTIMATIVAS FDOA

Nesta seção iremos tratar dos diferentes métodos de aplicação de FDOA para localização de alvo. Para este trabalho, consideramos o caso em que se sabe a região esperada de recepção do sinal (à esquerda ou à direita do veículo em movimento). A teoria apresentada neste Capítulo, que considera o primeiro quadrante do plano cartesiano como região de interesse, possui reflexo simétrico no quarto quadrante que não é abordado nesta dissertação.

### 3.1 Método Geométrico

Considerando dois sensores em movimento captando a frequência de um emissor parado, o conjunto de pontos onde a diferença Doppler  $\Delta f$  é constante forma um lugar geométrico chamado "isodoppler" (11). A Figura 4 apresenta um exemplo de isodoppler sendo formada por dois sensores em movimento.

#### 3.1.1 Isodoppler

As isodopplers possuem uma propriedade que diz que para velocidades iguais, as posições dos sensores pertencem a própria isodoppler (11). Desta forma, como observado na Figura 4, para  $\alpha = 0$ , existe um valor de  $\beta$  mínimo e para  $\beta = 180^{\circ}$ , existe um  $\alpha$  máximo.

Para traçar uma isodoppler, devemos inicialmente calcular os valores da diferença entre as medidas de frequência percebidas pelos sensores nos três pontos escolhidos. Portanto,

$$\Delta f_1 = f_1 - f_2, \Delta f_2 = f_1 - f_3, \ e$$
(3.1)  
$$\Delta f_3 = f_2 - f_3.$$

Todas as diferenças precisam ser não nulas. Em seguida, considere  $k_n$  como sendo

$$k_n = (\Delta f_n v_p) / (f_0) \tag{3.2}$$

onde n pode ser 1, 2 ou 3. Desta forma, segundo a Eq. (2.4) e fazendo  $\beta = 180^{\circ}$ , podemos calcular:

$$a_{1} = (k_{1} - v_{2})/v_{1},$$

$$a_{2} = (k_{2} - v_{3})/v_{1}, e$$

$$a_{3} = (k_{3} - v_{3})/v_{2}.$$
(3.3)

onde  $-1 < a_n < 1$  corresponde ao cosseno do valor máximo que o ângulo  $\alpha_n$  pode assumir, que chamaremos de  $alfamax_n = acos(a_n)$ . Desta forma, variando  $\alpha$  entre 0 e  $alfamax_n$ , calcula-se o valor de  $\beta$  correspondente segundo a Eq. (2.4) tal que

$$\beta_{1} = \operatorname{acos}(((v_{1} \cos(\alpha_{1})) - k_{1})/v_{2}), \beta_{2} = \operatorname{acos}(((v_{1} \cos(\alpha_{2})) - k_{2})/v_{3}), e$$
(3.4)  
$$\beta_{3} = \operatorname{acos}(((v_{2} \cos(\alpha_{3})) - k_{3})/v_{3}).$$



Figura 4 – Exemplo de formação de isodoppler através de dois sensores.

Considerando a reta que passa pela posição do sensor 1 no eixo x com a inclinação  $\alpha$  e a reta que passa pela posição do sensor 2 no eixo x com a inclinação  $\beta$ , o ponto de

intersecção entre essas retas pertencerá a isodoppler, conforme ilustrado na Figura 4. Notase pela Eq. (3.4) que para cada valor de  $\alpha$  existe um valor correspondente de  $\beta$ . Variando-se  $\alpha$  entre zero e *alfamax* e, consequentemente, calculando os valores correspondentes de  $\beta$ , podemos encontrar os valores no plano cartesiano da isodoppler da seguinte forma:

$$isodoppler_x^{ij} = \frac{x_i tg(\alpha_i) - x_j tg(\beta_j)}{tg(\alpha_j) - tg(\beta_j)},$$
  

$$isodoppler_y^{ij} = isodoppler_x^{ij} tg(\alpha_i) - x_i tg(\alpha_i)$$
(3.5)

onde  $i = 1 : 2 \in j = 2 : 3$ .

Assim, é possível calcular todos os pontos que possuam a mesma freqência Doppler conforme a Eq. (2.4).



Figura 5 – Isodoppler passando pela fonte.

A Figura 5 apresenta uma isodoppler traçada a partir do sensor 1 na posição [7 km 0], o sensor 2 em [9,5 km 0], a fonte emissora em [5,5 km 2,1 km]. A velocidade dos sensores é de 100 m/s,  $f_0 = 1$  GHz e  $\Delta f = 101, 38$  Hz. Percebe-se que a curva contempla a posição dos sensores 1 e 2, assim como a posição da fonte, como esperado no caso em que os sensores possuem velocidades iguais.

Entretanto, pode-se perceber que não é possível determinar a posição do alvo utilizando apenas dois sensores, pois ela pertence ao lugar geométrico criado pela isodoppler.



Dessa forma é necessário utilizar pelo menos mais um sensor.

Figura 6 – Exemplo de formação de isodoppler através de três sensores.

A Figura 6 apresenta três isodopplers traçadas a partir de sensores nas posições [2 km 0], [7 km 0] e [9,5 km 0]. A velocidade dos sensores continua sendo 100 m/s e  $f_0 = 1$  GHz. Agora,  $\Delta f_1 = 479, 57$  Hz,  $\Delta f_2 = 580, 96$  Hz e  $\Delta f_3 = 101, 38$  Hz.

Repare que, agora, com qualquer combinação entre duas isodopplers é possível determinar a posição do alvo.

#### 3.1.2 Isodoppler de Sensores com Diferentes Velocidades

Quando a velocidade dos sensores são diferentes em relação ao emissor, as isodopplers sofrem deformações (11). Dependendo da geometria elas podem continuar contemplando a posição dos sensores; porém, quando a diferença de velocidade é suficientemente grande, as relações da Eq. (2.4) não conseguem mais ser mantidas no primeiro quadrante do plano cartesiano, ocorrendo deformações mais drásticas, como será visto mais adiante nas Figuras 8 e 9.

A Figura 7 apresenta as três isodopplers assim como na Figura 6. Porém, as velocidades agora são consideradas  $V_1 = 30$  m/s,  $V_2 = 100$  m/s e  $V_3 = 250$  m/s. Analogamente, as Figuras 8 e 9 apresentam deformações drásticas na isodoppler quando as velocidades do



Figura 7 – Exemplo de formação de isodoppler através de três sensores com velocidades diferentes:  $v_1 = 30$  m/s,  $v_2 = 100$  m/s e  $v_3 = 250$  m/s.



Figura 8 – Exemplo de formação de isodoppler onde sensor 1 possui maior velocidade.



Figura 9 – Exemplo de formação de isodoppler onde sensor 2 possui maior velocidade.

sensor 1 é maior que a do sensor 2 e vice-versa. Percebe-se que a curva não mais contempla as duas posições dos sensores no primeiro quadrante.

Segundo (11), dependendo da geometria adotada entre os sensores, é possível variar a velocidade do sensor 2 ao passo de 5 m/s até 200 m/s e manter a velocidade do sensor 1 em 100 m/s e observar toda a gama de deformações das isodopplers. É importante salientar que, apesar das deformações, as isodopplers continuam a contemplar a posição do emissor, conforme ilustrado na Figura 10. A posição dos sensores 1 e 2 são respectivamente  $[0 \ 0]$  e  $[60k \ 0]$ . O emissor se encontra em  $[300k \ 100k]$ .

A região "A" da Figura 10 apresenta as isodopplers deformadas, porém mantendo sua característica de conter a posição de ambos os sensores como parte da curva. A região "B" apresenta as isodopplers completamente distorcidas devido à geometria do cenário e com a velocidade do sensor 1, que está contido na curva, muito maior que a do sensor 2, que não mais pertence à curva. O contrário também ocorre na região "C", onde desta vez o sensor 2 possui a maior velocidade e o sensor 1 não pertence mais à isodoppler.

Na região "A" o sensor 2 varia sua velocidade de 70 m/s até 100 m/s, na região "B", como já ilustrado na Figura 8, o sensor 2 varia sua velocidade abaixo da do sensor 1, de 5 m/s até 65 m/s. A curva vermelha que faz a interseção entre as regiões "A" e "B" corresponde a v = 65 m/s. Por fim, na região "C", como também ilustrado na Figura 9, o sensor 2 varia sua velocidade acima da do sensor 1, de 105 m/s até 200 m/s. A curva vermelha que faz a interseção entre as regiões "A" e "C" corresponde a v = 105 m/s.



Figura 10 – Isodopplers variando a velocidade do sensor 2 ao passo de 5 m/s, de 5 m/s a 200 m/s. A velocidade do sensor 1 é constante e igual a 100 m/s.

### 3.2 Método Geométrico Baseado em Coordenadas Polares

As isodopplers podem ser traçadas segundo o descrito na Seção 3.1.1, no entanto a detecção da intersecção entre as duas curvas para determinar a estimativa de localização pode ser um problema, visto que a teoria da versão geométrica do FDOA não especifica uma maneira eficaz de localizar esta intersecção. Desta forma, com o objetivo de detectar a estimativa com mais eficiência, (14) propõe uma versão geométrica baseada em coordenadas polares.

Para tal, basta escrevermos as isodopplers a partir de seus respectivos ângulos  $\alpha$ ou ou  $\beta$  e de um raio referenciado pela posição do sensor que, pela Eq. (3.5), pode ser escrito como

$$raio_{n} = \frac{isodoppler_{y}^{ij}}{sen(\alpha_{n})};$$

$$raio_{n} = \frac{isodoppler_{y}^{ij}}{sen(\beta_{n})}.$$
(3.6)

Para determinar a qual ângulo a isodoppler ficará em função, é necessário garantir que a origem dos raios das duas curvas sejam a mesma. Portanto, para determinar a intersecção das isodoplers 12 e 13, as duas ficarão em função do seu respectivo ângulo  $\alpha$ 

visto que a origem de ambas será o sensor mais a esquerda. Analogamente, para determinar a intersecção das isodoplers 13 e 23, as duas ficarão em função do seu respectivo ângulo  $\beta$  visto que a origem de ambas será o sensor mais a direita. Por fim, para determinar a intersecção das isodoplers 12 e 23, a *isodopler*<sub>12</sub> ficará em função de  $\beta$  e a *isodopler*<sub>23</sub> ficará em função de  $\alpha$  visto que a origem de ambas será o sensor do meio. Desta forma, pode-se garantir que as figuras sejam traçadas a partir da mesma origem.

A Figura 11 apresenta um exemplo de isodopplers a partir de coordenadas polares. A curva azul corresponde a  $isodopler_{12}$  em função de  $\beta$  e a a curva vermelha corresponde a  $isodopler_{23}$  em função de  $\alpha$ .



Figura 11 – Isodopplers em função de coordenadas polares.

### 3.3 Método Iterativo

A localização de emissor por meio de FDOA também pode ser realizada de forma iterativa. Para isso, é necessário descrever um conjunto de equações que caracterize a diferença Doppler na forma polinomial e, em seguida, montar uma matriz Jacobiana para ser utilizada na versão vetorial do método de Newton.

#### 3.3.1 Método de Newton

Originalmente, o método de Newton foi criado para estimar as raízes de uma única função a partir de uma estimativa inicial qualquer, calculando a reta tangente à curva, por meio da derivada da função, e analisando o encontro desta tangente com o eixo x (18). Assim, é possível criar uma relação entre a função e sua derivada que possa ser usada como fator de atualização da estimativa inicial e assim, de forma iterativa, se aproximar a raiz verdadeira da função.

Sabendo que  $\hat{x}$  é raiz de uma função f(x), ou seja,  $f(\hat{x}) = 0$ , considere uma função arbitrária  $\alpha(x)$  tal que

$$g(x) = x + \alpha(x)f(x); \tag{3.7}$$

então, no ponto  $\hat{x}$ sua derivada será

$$g'(\hat{x}) = 1 + \alpha(\hat{x})f'(\hat{x}) + \alpha'(\hat{x})f(\hat{x}).$$
(3.8)

Como,  $f(\hat{x}) = 0$ , então

$$g'(\hat{x}) = 1 + \alpha(\hat{x})f'(\hat{x})$$
 (3.9)

Pelo teorema do ponto fixo (19), espera-se que a taxa de convergência seja máxima se o valor absoluto da derivada de g(x) seja mínimo. Portanto, fazendo

$$1 + \alpha(\hat{x})f'(\hat{x}) = 0 \quad \therefore \quad \alpha(\hat{x}) = \frac{-1}{f'(\hat{x})},$$
 (3.10)

teremos

$$g(\hat{x}) = \hat{x} - \frac{f(\hat{x})}{f'(\hat{x})},\tag{3.11}$$

que se trata da equação de iterações do método de Newton, encontrada mais comumente na literatura pela sua versão direta e discreta

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$
(3.12)

Contudo, estamos interessados na versão generalizada do método de Newton (19), considerando a forma  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ , onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz,  $\mathbf{x} \in \mathbf{y}$  são vetores.

Considere um vetor  $\mathbf{f}$  composto por um conjunto de equações tal que

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, ..., x_n)) \\ f_2(x_1, x_2, ..., x_n)) \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, ..., x_n)) \end{bmatrix};$$
(3.13)

as iterações do método de Newton descritas na Eq. (3.12) serão dadas por

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \mathbf{J}^{-1}\mathbf{f},\tag{3.14}$$

sendo  ${\bf J}$ a matriz Jacobiana de  ${\bf f},$ ou seja

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$
(3.15)

#### 3.3.2 FDOA Iterativo

A Eq. (2.4), que descreve a relação entre a frequência Doppler e a posição dos sensores que se movem sobre o eixo x, pode ser reescrita com os cossenos em função de x e y como a seguir

$$\Delta f_{12} = f_0 \frac{v}{v_p} \left[ \frac{(x-a)}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} - \frac{(x-b)}{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}} \right], e$$

$$\Delta f_{13} = f_0 \frac{v}{v_p} \left[ \frac{(x-a)}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} - \frac{(x-c)}{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}} \right].$$
(3.16)

sendo  $a, b \in c$  as posições dos sensor 1, 2 e 3 respectivamente no eixo  $x, f_0$  a frequência original do emissor, v a velocidade dos sensores e  $v_p$  a velocidade de propagação da onda. Seja F um vetor criado a partir da Eq. (3.16) tal que  $\mathbf{f}(x, y) = \begin{bmatrix} \Delta f_{12} & \Delta f_{13} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ , então é necessário montar a matriz de derivadas parciais  $\mathbf{J}$  conforme a Eq. (3.15).

Considerando u = x - a e  $v = \sqrt{(x - a)^2 + y^2}$ , pela regra da divisão, a derivada parcial da parcela do sensor 1,  $\Delta f_1 = (x - a)/\sqrt{(x - a)^2 + y^2}$ , em função de x será dada por

$$\frac{\partial \Delta f_1}{\partial x} = \frac{u'v - uv'}{v^2} , \qquad (3.17)$$

sendo  $u' \in v'$  as derivadas de  $u \in v$  em função de x.

A derivada u' = 1, porém para v' será necessário utilizar a regra da cadeia

$$v' = \frac{1}{2}(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}(2x - 2a)$$
(3.18)

Assim,

$$\frac{\partial \Delta f_1}{\partial x} = \frac{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} - 0.5(x - a)(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}(2x - 2a)}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)}.$$
 (3.19)

A derivada parcial da parcela do sensor 2,  $\Delta f_2 = (x - b)/\sqrt{(x - b)^2 + y^2}$ , pode ser encontrada de forma análoga. Após algumas manipulações algébricas, é possível chegar na expressão proposta por (14):

$$\frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial x} = \left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{1}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}\frac{(x-a)(2x-2a)}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right) - \left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{1}{(x^2 - 2bx + b^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}\frac{(x-b)(2x-2b)}{(x^2 - 2bx + b^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right).$$
(3.20)

Analogamente, a derivada parcial em função de x de  $\Delta f_{13}$  será

$$\frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial x} = \left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{1}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}\frac{(x-a)(2x-2a)}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right) - \left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{1}{(x^2 - 2cx + c^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}\frac{(x-c)(2x-2c)}{(x^2 - 2cx + c^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right).$$
(3.21)

Agora, é necessário encontrar as derivadas parciais em relação a y. Considerando u = x - a e  $v = \sqrt{(x - a)^2 + y^2}$ , pela regra da divisão, a derivada parcial da parcela do sensor 1  $\Delta f_1 = (x - a)/\sqrt{(x - a)^2 + y^2}$  em função de y será dada por

$$\frac{\partial \Delta f_1}{\partial y} = \frac{u'v - uv'}{v^2} , \qquad (3.22)$$

sendo  $u' \in v'$  as derivadas de  $u \in v$  em função de y.

A derivada u' = 0, porém para v' será necessário utilizar a regra da cadeia

$$v' = \frac{1}{2}(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}2y.$$
 (3.23)

Assim

$$\frac{\partial \Delta f_1}{\partial y} = \frac{0(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} - (x - a)y(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)}.$$
 (3.24)

A derivada parcial da parcela do sensor 2,  $\Delta f_2 = (x - b)/\sqrt{(x - b)^2 + y^2}$  pode ser encontrada de forma análoga. Após algumas manipulações algébricas, também é possível chegar na expressão proposta por (14):

$$\frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial y} = -\left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{(x-a)y}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(x-b)y}{(x^2 - 2bx + b^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right).$$
 (3.25)

Analogamente, a derivada parcial em função de x de  $\Delta f_{13}$  será

$$\frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial y} = -\left(\frac{f_o v}{v_p}\right) \left(\frac{(x-a)y}{(x^2 - 2ax + a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(x-c)y}{(x^2 - 2cx + c^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}\right).$$
(3.26)

Desta forma, a matriz Jacobiana será

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial x} & \frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial y} \\ \frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial x} & \frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial y} \end{bmatrix},$$
(3.27)

onde os termos são dados pelas Equações (3.20), (3.21), (3.25) e (3.26).

Agora, considere um vetor  $\mathbf{f}^m = \begin{bmatrix} f_{12}^m & f_{13}^m \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$  composto pelas diferenças de frequências medidas  $f_{12}^m = f_1^m - f_2^m$  e  $f_{13}^m = f_1^m - f_3^m$ . Considere também um vetor  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ composto por uma estimativa inicial arbitrária da posição do emissor, logo  $\mathbf{\hat{f}}(\hat{x}, \hat{y}) = \begin{bmatrix} \Delta f_{12}(\hat{x}, \hat{y}) & \Delta f_{13}(\hat{x}, \hat{y}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ .

Assim, pelas Eq. (3.16) e (3.14), teremos a seguinte atualização de q

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\mu} (\mathbf{f}^m - \hat{\mathbf{f}}(\hat{x}, \hat{y})).$$
(3.28)

Sendo  $(\mathbf{f}^m - \mathbf{\hat{f}}(\hat{x}, \hat{y}))$  a diferença entre as frequências medidas e as esperadas com a estimativa atual e  $\mu$  um passo de atualização da iteração. Neste trabalho foi utilizado  $\mu = 0,033$ .

A Figura 12 apresenta quatro simulações do modo iterativo partindo de posições iniciais aleatórias A [1 km 1 km], B [1 km 100 km], C [100 km 100 km] e D [70 km 10 km], todas convergindo para um alvo localizado em [50 km 50 km]. Neste exemplo  $v_p = 300.000$  km/s,  $f_0 = 9$  GHz, v = 100 m/s,  $\mu = 0,033$ , a = 30 km, b = 80 km e c = 100 m.

A Figura 13 apresenta a evolução do erro a cada nova iteração referente as quatro simulações da Figura 12. Percebe-se que, nos quatro casos, o sistema converge após 400 iterações para um erro abaixo de 1m. É importante salientar que neste ponto estamos trabalhando sem erro de leitura das frequências, apenas para observar o comportamento do método iterativo e que veremos como ele se comporta sob influência de erro de leitura


Figura 12 – Trajetória da estimativa.



Figura 13 – Evolução do erro a cada iteração.

nos capítulos seguintes. Vale observar que se baixarmos o valor de  $\mu$  teríamos um erro menor mas seriam necessárias um número maior de iterações.

#### 3.3.3 Outras formas de iteração

Ainda no método de Newton existe uma proposta de utilizar a diferença de cossenos apresentada por (14) ao invés da diferença entre frequências. Isto é equivalente a dividir a segunda parcela da Eq. (3.30) por  $f_0 v/v_p$ . Na prática, a proposta influencia na escolha do passo  $\mu$ , podendo ser utilizado  $\mu = 1$  ou mesmo maior.



Figura 14 – 50 iterações pela técnica via distâncias.

Nas referências (3) e (20) é apresentada uma alternativa que considera dois sensores sincronizados presos a uma aeronave e cada amostra do experimento fornece a diferença de frequência observada pelos dois sensores. Nesta proposta é considerada a distância R1 e R2 entre cada um dos sensores e o emissor. Assim, o vetor de estimativas seria formado por  $\hat{f}(\hat{x}, \hat{y}) = R_{1k} - R_{2k} - (R_{0k} - R_{0k}) + \nu$ , sendo  $R_{10}$  e  $R_{20}$  a distância mínima do sensor com o eixo de trajetória e  $\nu$  o erro de estimativa. Ou seja, baseado na diferença de distância entre os sensores e o emissor e não da diferença dos cossenos ou das frequências.

Com este modelo, é possível realizar uma aproximação da matriz de derivadas

parciais na forma

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} h_{1x} & h_{1y} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ h_{kx} & h_{ky} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ h_{Mx} & h_{My} & 1 \end{bmatrix} , \qquad (3.29)$$

sendo M o número total de amostras,  $h_{kx} = -bk\Delta L/x_0^2$  e  $h_{ky} = -3b(k\Delta L)/2x_0^3$ . Neste caso, b é a distância entre os dois sensores,  $\Delta L$  a distância percorrida pela aeronave a cada novo passo k e  $x_0$  a estimativa atual da posição em x. A estimativa da posição do emissor q será atualizada da seguinte forma

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{h})) , \qquad (3.30)$$

sendo **h** o vetor de distâncias a partir das leituras de FDOA obtidas, considerando que o emissor está na origem de um dos eixos cartesianos e que  $M\Delta L \ll x_0$ .

A Figura 14 ilustra o desempenho de 50 iterações desta técnica a partir de uma estimativa inicial [1 km e 100 m] e buscando o emissor em [10 km 0] (como proposto em (20)). Porém, este método foi abandonado porque sua característica de realizar experimentos utilizando um par de sensores não se assemelha com os cenários propostos nos capítulos vindouros desta dissertação.

#### 3.4 Busca Exaustiva

Um último método de localização é realizar uma busca exaustiva por toda a região onde se espera encontrar o alvo. Para isso, deve-se escolher um passo de busca e atualizar as variáveis x e y na Eq. (2.4), comparando a frequência de saída com frequência lida pelos sensores, criando assim uma matriz de erro em relação a x e y. O ponto de menor erro será a estimativa do alvo.

A Figura 15 apresenta um gráfico com o inverso do erro com um pico indicando a estimativa da localização do emissor em [50 km 50 km]. Dentro do ambiente computacional descrito na Seção 2.4, utilizando passo de 100 m, esta estimativa levou 11,51 s para ser realizada.

#### 3.5 MLE para FDOA

Considere  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{p_1}$ ,  $\mathbf{p_2}$  e  $\mathbf{p_3}$ , respectivamente o vetor velocidade e as posições dos sensores 1, 2 e 3 e  $\mathbf{q}$  o vetor de estimativa da posição do emissor; A Eq. (2.4) pode então



Figura 15 – Pico de localização do alvo por busca exaustiva.

ser reescrita como

$$\Delta f_{12} = \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})} \right), \ e$$

$$\Delta f_{13} = \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})} \right).$$
(3.31)

Considere também um vetor  $\mathbf{y} = [f_1 - f_2 \ f_1 - f_3]^{\mathrm{T}}$ e um vetor de erros de estimação de FDOA  $\mathbf{e}_n = [e_{12} \ e_{13}]^{\mathrm{T}}$ . Assim, podemos dizer que

$$\mathbf{y} = \mathbf{f} + \mathbf{e}_n \quad \therefore \quad \mathbf{e}_n = \mathbf{y} - \mathbf{f} \tag{3.32}$$

sendo  $\mathbf{f} = [\Delta f_{12} \ \Delta f_{13}]^{\mathrm{T}}.$ 

Assumindo o caso de erro com distribuição normal, teremos

$$f_p(e_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{\frac{e_{ij}^2}{2\sigma_n^2}}.$$
 (3.33)

Assim, segundo a Eq. (2.7), a função de verosimilhança para o caso de FDOA será

dada por

$$L(e_{12}, e_{13}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_n^2}\right)^2 e^{-\frac{e_{ij}^2 + e_{ij}^2}{2\sigma_n^2}}.$$
(3.34)

Com o intuito de encontrar uma solução para a MLE, podemos ainda encontrar o logarítmo neperiano de ambos os lados da Eq. (3.34), encontrando a função log MLE

$$lnL(e_{12}, e_{13}) = 2\left(\frac{1}{2\pi\sigma_n^2}\right) - \frac{1}{2\sigma_n^2}\mathbf{e}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_n.$$
(3.35)

Por fim, com o objetivo de encontrar a estimativa máxima, faz-se  $\nabla_q ln L(e_{12}, e_{12}) = 0$ , sendo

$$\nabla_q ln L(e_{12}, e_{13}) = \nabla_q \frac{\mathbf{y}^{\mathrm{T}} \mathbf{f}}{\sigma_n^2} - \nabla_q \frac{\mathbf{f}^{\mathrm{T}} \mathbf{f}}{2\sigma_n^2}.$$
(3.36)

Existe uma solução iterativa utilizando método de Newton descrita em (16), onde o autor define a matriz Jacobiana da Eq. (3.27) como sendo

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} \mathbf{g}_{12} + \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{13}^{\mathrm{T}} \mathbf{g}_{13} , \qquad (3.37)$$

onde N é o número total de estimativas realizadas durante o experimento,

$$\mathbf{g}_{12} = \frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})^3} \right) \\ - \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_2})^3} \right),$$
(3.38)

$$\mathbf{g}_{13} = \frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_1})^3} \right) \\ - \frac{f_0}{v_p} \left( \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})} - \frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})^{\mathrm{T}}}{norm(\mathbf{q} - \mathbf{p_3})^3} \right).$$
(3.39)

Desta forma, é possível atualizar a Eq. (3.30) como

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - \mathbf{J}_k^{-1} \frac{1}{\sigma_n^2} \left[ \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} (\mathbf{y} - \mathbf{f}_k) + \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{13}^{\mathrm{T}} (\mathbf{y} - \mathbf{f}_k) \right] .$$
(3.40)

A característica mais relevante desta técnica é que, como o produto das funções de probabilidade tornam-se um somatório na função MLE, cada novo par de leituras que produza uma equação na forma da Eq. (3.39) se tornará mais uma parcela do somatório

de gradientes na Eq. (3.37) e da atualização de **q** na Eq. (3.40). Assim, o estimador de máxima verossimilhança terá mais precisão a cada novo par sem a necessidade de realizar múltiplas iterações, como seria no caso da Eq. (3.30), ou aumentar o grau da matriz **J**.



Figura 16 – Erro RMS de estimativa após 100 iterações da técnica MLE.

A Figura 16 apresenta o estimador MLE operando sob o cenário descrito na Seção 2.4.2, com estimativa inicial em [20 km 20 km] e convergindo para [50 km 50 km] após 100 iterações, com erro RMS abaixo dos 200 m.

Em síntese, este capítulo apresentou quatro métodos de estimação da posição de um emissor baseado em FDOA: um geométrico, onde foi apresentado o conceito de isodoppler, outro onde as isodopplers são traçadas em coordenadas polares, um terceiro baseado em busca exaustiva pela região de interesse e um quarto método, iterativo e baseado no método de Newton. Desses quatro, o método de isodoppler com coordenadas polares foi escolhido como o mais adequado porque se revelou como a técnica mais rápida que a busca exaustiva e independe de estimativas iniciais como a iterativa, além de poder projetar as curvas no plano xy, bastando convertê-las de volta para coordenadas cartesianas. Por fim, foi apresentado o estimador MLE para FDOA, aplicando a definição de MLE apresentada no Capítulo 2.

# 4 ESTIMADORES DE FREQUÊNCIA E DETECÇÃO DE OUTLIER

Nesta dissertação serão apresentados algoritmos de localização de emissor de sinal, sonoro ou eletromagnético, utilizando FDOA. Entretanto, existem outros fatores no processo que influenciam na precisão e na eficiência durante a localização do alvo. Um estimador de frequência com baixa precisão, por exemplo, pode inviabilizar o procedimento, assim como estimativas excessivamente afastadas da média histórica, os chamados *outliers*.

Visando esclarecer as possibilidades de perturbação da amostra de sinal e adulteração do resultado final, neste capítulo, baseado na estrutura proposta de um sistema de localização de emissor FDOA apresentada na Seção 2.3, será analisada a influência da estimação de frequência na localização do alvo. Serão analisados três estimadores de frequência e apresentada a comparação de desempenho entre os três. Além disso, serão apresentados alguns métodos de remoção de *outliers* que podem ser aplicados em nosso cenário.

### 4.1 Estimadores de Frequência

Técnicas de estimação de frequência de um determinado sinal são ferramentas imprescindíveis para qualquer sistema que pretenda realizar algum tipo de processamento sobre ele. A técnica matemática que cria uma relação entre a descrição no domínio do tempo com o domínio da frequência de um determinado sinal é a *Transformada de Fourier* (21) (22).

#### 4.1.1 $DFT^0$

Seja s(t)um sinal contínuo no domínio do tempo, a Transformada de Fourier  $S(j\Omega)$  deste sinal, por definição, será

$$S(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\Omega t}dt , \qquad (4.1)$$

onde  $\Omega = 2\pi f$ .

Para que possamos analisar computacionalmente a transformada de Fourier, é necessário que o sinal s(t) seja discretizado em uma quantidade finita de amostras N espaçadas por um período T, onde  $T = 1/f_s$ , sendo  $f_s$  a frequência de amostragem. Isso

Algoritmo 1: Estimação de frequência pelo método de janelamento.

Calcular tamanho do vetor de entrada tam = length(s[n]);Definir tamanho da janela tamjan;Calcular número total de janelas nrjan = (tam/tamjan);Definir a janela de Hann w[n] de comprimento tamjan;Definir o número de pontos da DFT N;for cont = 1 : nrjan do inicio = (cont - 1)tamjan + 1;fim = (cont - 1)tamjan + 1;fim = (cont - 1)tamjan + tamjan; $x_j = s(inicio : fim);$  $x_j = x_jw(1 : tamjan);$  $X_j = DFT(x_j, N);$  $[valor, k_{PEAK}] = MAX(|X_j|);$  $f(cont) = k_{PEAK}f_s/N;$ end

nos fornece a transformada de Fourier de tempo discreto (DTFT – do inglês, *Discrete Time Fourier Transform*),

$$S(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} s[n]e^{-j\omega n}.$$
(4.2)

A frequência digital  $\omega$  ainda é uma variável contínua. Assim, a Transformada Discreta de Fourier (DFT - do inglês, *Discrete Fourier Transform*) é definida como uma amostragem de N pontos da DTFT, onde a variável discreta em frequência é  $\omega = \frac{2\pi}{N}k, \ k = 0, 1, ..., N - 1.$ 

A DFT S[k] de s[n] é definida como

$$S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n] e^{\frac{-2\pi j k n}{N}}, k = 0, 1, 2, ..., N - 1 .$$
(4.3)

Um método clássico de analisar partes de um sinal é conhecido como janelamento. Quando o sinal s[n] sofre um truncamento, isso significa matematicamente que foi multiplicado por uma função janela w[n]. Um exemplo de janelamento usado quando se deseja truncar a sequência é a janela retangular w[n] = 1, para  $0 \le n < M$ . No entanto, multiplicar as duas funções no tempo significa realizar uma convolução periódica do espectro de s[n] com o espectro da janela w[n] no domínio da frequência, cujo resultado depende das características da janela utilizada.

Uma janela consagrada, que minimiza os efeitos da convolução sobre o sinal original e que atende as necessidades do presente trabalho é a janela de *Hann*, definida como

$$w[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos(2\pi n/M), & 0 \le n \le M; \\ 0, & outros. \end{cases}$$
(4.4)

Sejam s[n] o sinal do emissor dado por  $sen(\omega_0 n)$ ,  $\omega_0 = 2\pi/f_0$ , amostrado em uma frequência  $f_s$ , e w[n] uma janela de Hann de M amostras, onde  $M = 20f_s/f_0$  (número de amostras correspondendo a 20 ciclos da senóide s[n]), então definimos x(n) = s(n)w(n) e X(k) a DFT de N pontos deste sinal. Seja  $k_{peak}$  o índice correspondente ao valor máximo de |X(k)|, então, se N >> M, a estimativa de frequência pode ser dada por:

$$\hat{f} = \frac{k_{peak} f_s}{N}.\tag{4.5}$$

Deninimos este procedimento como  $DFT^0$ , ou seja, uma estimativa baseada da Transformada Discreta de Fourier do próprio sinal. O Algoritmo 1 esclarece o procedimento utilizado para encontrar o vetor  $\mathbf{\hat{f}}$  e a Figura 17 apresenta o vetor de estimativa de frequências baseado em  $DFT^0$  aplicado ao cenário descrito na Seção 2.4.1.



Figura 17 – Vetor de estimativa de frequências  $\hat{\mathbf{f}}$  utilizando janelamento de Hann sobre o sinal acústico descrito na Seção 2.4.1.

#### 4.1.2 $DFT^1$

Um método para extrair parâmetros espectrais de sinais de áudio é apresentado em (23) e pode ser usado para extrair uma estimativa de frequência mais precisa. Ele se baseia na realização da DFT da primeira derivada do sinal janelado x(n) e, por isso, é chamado de  $DFT^1$  (24).

A ideia por trás da  $DFT^1$  é que a derivada de uma senoide é uma senoide com diferente fase, mas com a mesma frequência. Portanto, a derivada do sinal recebido

também deve ser examinada, pois carrega informação de interesse. Considere uma função de oscilador O(t) tal que

$$O(t) = a(t)\cos(\phi(t)), \qquad (4.6)$$

sendo  $\phi(t) = 2\pi f_{osc}(t)$  a variação da fase no tempo e a(t) a variação da amplitude do oscilador. A derivada de O(t) será

$$\frac{dO(t)}{dt} = a(t)\frac{d\cos(\phi(t))}{dt} + \frac{da(t)}{dt}\cos(\phi(t))$$
(4.7)

Se a(t) tiver uma variação lenta,  $da(t)/dt \simeq 0$ , e temos

$$\frac{\mathrm{d}O(t)}{\mathrm{d}t} \simeq a(t)\frac{\mathrm{d}\cos(\phi(t))}{\mathrm{d}t} = -a(t)\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{sen}(\phi(t)). \tag{4.8}$$



Figura 18 – Vetor de estimativa de frequências  $\hat{\mathbf{f}}$  utilizando  $DFT^1$  sobre o sinal acústico descrito na Seção 2.4.1.

Como  $d\phi(t)/dt = 2\pi f_{osc}$ , temos

$$\frac{\mathrm{d}O(t)}{\mathrm{d}t} = -a(t)(2\pi f_{osc})\mathrm{sen}(\phi(t)) = 2\pi a(t)f_{osc}\cos\left(\phi(t) - \frac{\pi}{2}\right).$$
(4.9)

Chamaremos de  $DFT^1$  a transformada discreta de Fourier da primeira derivada do sinal de interesse discretizado x[n] e de  $DFT^1[k]$  sua magnitude no ponto k. Segundo (23), a intuição por trás da Eq. (4.9) é que deve haver um ponto de  $DFT^1$  de máxima



Figura 19 – Diferença entre Frequência Teórica e Estimadores sobre o sinal acústico descrito na Seção 2.4.1.

amplitude. Portanto, pode-se utilizar o espectro de amplitudes de  $DFT^1$  para determinar a frequência exata de x[n] da seguinte forma

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi} \frac{DFT^{0}[k_{peak}]}{DFT^{1}[k_{peak}]}.$$
(4.10)

sendo  $DFT^0$  a DFT clássica do sinal x[n] e  $k_{peak}$  o seu índice de maior amplitude. Porém, existe um alerta em (23) sobre um ganho de  $2\pi f_{osc}$  intrínseco à derivação discreta e que essa diferença pode ser corrigida multiplicando o espectro de amplitude da derivada do sinal pelo fator F[k] tal que

$$F[k] = \frac{\pi k}{N \operatorname{sen}(\pi k/N)}.$$
(4.11)

Este método apresenta mais precisão na estimativa de frequência e fase, mesmo para DFTs com quantidades relativamente menores de pontos. A Figura 18 apresenta o resultado da estimativa de frequência com  $DFT^1$  utilizando o cenário acústico definido na Seção 2.4.1.

Para melhor visualização da precisão dos estimadores  $DFT^0$  e  $DFT^1$ , na Figura 19 é apresentado o valor absoluto da diferença entre a frequência esperada (teórica) e a resposta dos estimadores.

O Algoritmo 2 apresenta os passos para o cálculo da estimativa de frequência utilizando a  $DFT^1$ .

Algoritmo 2: Estimação de frequência pelo método  $DFT^1$ .

Calcular tamanho do vetor de entrada tam = length(s[n]);Definir tamanho da janela *tamjan*: Calcular número total de janelas nrjan = (tam/tamjan);Definir a janela de Hann w[n] de comprimento tamjan; Definir o número de pontos da DFT N; Calcular a derivada ds[n]/dt = s'[n];for cont = 1 : nr jan do inicio = (cont - 1)tam jan + 1;fim = (cont - 1)tamjan + tamjan; $x_i = s(inicio : fim);$  $x_j = x_j w(1:tamjan);$  $X_j = DFT(x_j, N);$  $[valor, k_{PEAK}] = MAX(|X_j|);$  $x'_i = s'(inicio:fim);$  $x'_{j} = x'_{j}w(1:tamjan);$  $X'_{i} = DFT(x'_{i}, N);$  $Fk = \pi [1:N]/(Nsin(\pi [1:N]/N));$  $f_{DFT1}(cont) = (1/(2\pi))X'_i(k_{PEAK})/X_i(k_{PEAK});$ end

# 4.1.3 Frequência Instantânea (IF - do inglês, *Instantaneous Frequency*)

Um outro método utilizado em (25) é apresentado para realizar análise forense de frequência de rede elétrica. Ela se baseia na estimação da frequência instantânea por meio da transformada de Hilbert (22) do sinal original e que pode ser usada em nossa aplicação.

A transformada de Hilbert é uma operação matemática que desloca de  $\pi/2$  as fases das componentes de um sinal s(n), de tal forma que  $s^{(a)}(n) = s(n) + jH\{s(n)\}$  onde  $H\{\cdot\}$ é o operador de Hilbert e  $s^{(a)}(n)$  é a forma analítica do sinal (26). A Figura 20 apresenta a resposta normalizada da DFT do sinal de interesse s(n) e de sua transformada de Hilbert, ilustrando a característica analítica de  $s^{(a)}(n)$  de possuir energia apenas nas frequências positivas.

Se  $s(n) = \cos(\phi(n)) e \phi(n)$  é a fase instantânea, então

$$s(n) = \cos(\phi(n)) = \frac{e^{j\phi(n)} + e^{-j\phi(n)}}{2}$$
(4.12)



Figura 20 – Exemplo de resposta da transformada de Hilbert.

Portanto,  $H\{\cos(\phi(n))\}$ , será

$$H\{\cos(\phi(n))\} = \frac{-je^{j\phi(n)} + je^{-j\phi(n)}}{2} = \frac{e^{-j\pi/2}e^{j\phi(n)} + e^{j\pi/2}e^{-j\phi(n)}}{2}$$

$$= \frac{e^{j(\phi(n) - \pi/2)} + e^{-j(\phi(n) - \pi/2)}}{2} = \cos(\phi(n) - \pi/2) = \operatorname{sen}(\phi(n)).$$
(4.13)

Desta forma, teremos a forma analítica do sinal  $s^{(a)}(n)$  sendo

$$s^{(a)}(n) = s(n) + jH(s(n)) = \cos(\phi(n)) + j\operatorname{sen}(\phi(n))$$
  
=  $\frac{e^{j\phi(n)} + e^{-j\phi(n)}}{2} + j\frac{e^{j\phi(n)} - e^{-j\phi(n)}}{j2} = e^{j\phi(n)}$  (4.14)

Se multiplicarmos  $s^{(a)}(n)$  pelo complexo conjugado da amostra anterior, teremos:

$$s^{(a)}(n)s^{(a)*}(n-1) = e^{j\phi(n)}e^{-j\phi(n-1)} = e^{j(\phi(n)-\phi(n-1))}.$$
(4.15)

Contudo,  $\phi(n) = \omega n$ , assim a Eq. (4.15) pode ser reescrita como:

$$e^{j(\phi(n)-\phi(n-1))} = e^{j(\omega n - \omega(n-1))} = e^{j\omega}.$$
(4.16)

Portanto, ao combinar as Eqs. (4.15) e (4.16), e para pequenas variações de  $\phi(n)$ , A estimativa de frequência instantânea será dada por:

$$\hat{f}(n) = \frac{\hat{\omega}f_s}{2\pi} = \frac{f_s \angle \{s^{(a)}(n)s^{(a)*}(n-1)\}}{2\pi}.$$
(4.17)

A Figura 21, assim como nas seções anteriores, apresenta a resultado da estimativa de frequência com IF de um sinal localizado em [50 m 5 m]. A frequência da fonte é  $f_o = 3$  kHz, a qual é percebida por um sensor movendo-se com velocidade de 30 km/h sobre o eixo das abscissas, conforme descrito no cenário acústico da Seção 2.4.1.



Figura 21 – Vetor de estimativa de frequências  $\hat{\mathbf{f}}$  utilizando IF.

Apesar de ser matematicamente mais simples por não depender do processamento de uma DFT, a técnica IF foi considerada a menos satisfatória para nossa aplicação por apresentar uma sensibilidade muito grande ao ruído. Por exemplo, na Figura 21 foi utilizado SNR de 80 dB e, mesmo assim, o gráfico de estimativas está visualmente mais corrompido se comparado com às Figuras 17 e 18.

### 4.2 Simulações Comparativas Entre Estimadores

A simulação do cenário acústico descrito na Seção 2.4.1 produziu um sinal contínuo ilustrado na Figura 22 cuja frequência varia de 3072 Hz a 2928 Hz. Percebe-se a variação da amplitude do sinal conforme o sensor se aproxima ou se afasta da posição mais próxima do emissor.

O objetivo desta simulação é tratar o sinal da Figura 22 com cada uma das técnicas descritas neste capítulo, para diferentes valores de  $N_{FFT}$  e SNR, e utilizar o método FDOA de isodoppler com coordenadas polares para realizar a estimativa da posição do alvo, considerando a realização da leitura do sinal em oito pontos da trajetória do veículo receptor ilustrado na Figura 23.



Figura 22 – Sinal de 3 kHz variante.



Figura 23 – Posições Escolhidas para o Sensor.

Com o intuito de aprimorar a precisão do FDOA, a frequência estimada passa por um filtro de mediana para eliminar medidas imprecisas e, em seguida, por um filtro passa-baixas (*moving average* com frequência de corte de  $0.0177\pi$ ), para eliminar ruídos nas estimativas.

Foram realizadas 50 simulações do veículo em movimento conforme Figura 23, para diferentes valores de SNR e de número de pontos da DFT  $(N_{FFT})$ , indo de 10.000 a 100.000 pontos.

As Figuras 24 e 25 apresentam o erro médio das 50 realizações nas estimativas de posição para quatro valores de  $N_{FFT}$  cada, além do número de falhas para cada nível de

Capítulo 4. Estimadores de Frequência e detecção de Outlier



Figura 24 – Erro de Posicionamento Médio (curvas azuis) e número de falhas (curvas vermelhas) por SNR para diferentes  $N_{FFT}$ .

SNR. O eixo esquerdo em azul representa o erro médio de posicionamento, em metros e em escala logarítmica, e o eixo direito em vermelho representa o número de falhas ocorridas durante a simulação. Foi considerada uma "falha" a estimativa de frequência que possuía o mesmo valor em duas posições diferentes ou quando a frequência de posições anteriores era inferiores a frequências percebidas em posições posteriores, pois, dada a configuração do cenário, são situações impraticáveis como pode ser observado nas Figuras 17, 18 ou 21.

As simulações apontam que a técnica IF, apesar de computacionalmente mais simples por não utilizar DFT (ou FFT), é muito suscetível ao ruído, apresentando os maiores erros para SNR < 30 dB e o maior número de falhas para SNR = 0 dB. Cabe frisar que os gráficos referentes ao método IF são idênticos para qualquer valor de  $N_{FFT}$ já que ela não utiliza DFT. Foram observadas 1.138, 386 e 108 falhas para SNR = 0 dB, 10 dB e 20 dB respectivamente. Porém, para  $SNR \ge 30$  dB não foram observadas falhas e o sistema IF possui a menor média de erros para  $SNR \ge 50$  dB, o que sugere que esta técnica é de grande valia para análises teóricas do FDOA, mas inadequada para níveis de ruídos próximos da realidade.

Capítulo 4. Estimadores de Frequência e detecção de Outlier



Figura 25 – Erro de Posicionamento Médio (curvas azuis) e número de falhas (curvas vermelhas) por SNR para diferentes  $N_{FFT}$ .

Sobre os resultados da tradicional  $DFT^0$ , eles apresentam suscetibilidade a baixos valores de  $N_{FFT}$ , apresentando alta taxa de falhas para  $N_{FFT} < 30.000$ . Curiosamente, a média de erros se mantém abaixo de 10 m mesmo sob alta de taxa de falhas. Como a simulação separa o que são estimativas impraticáveis como falhas, as estimativas restantes acabam sendo suficientes para obter a localização do alvo dentro de uma margem de erro apropriada. Para  $N_{FFT} \geq 30.000$  a média de erro passa a ser inferior a 1m para qualquer valor de SNR, sugerindo que esta técnica seja adequada para os objetivos deste trabalho nesta condição.

Por fim, os resultados da  $DFT^1$  são os mais promissores. Esta técnica não apresentou falhas em nenhum experimento, sob qualquer valor de  $N_{FFT}$  e SNR. Além disso, a média de erro manteve-se sempre abaixo de 1m e de  $DFT^0$ , indicando que  $DFT^1$  supera  $DFT^0$  em todos os aspectos testados nesta dissertação. Como mencionado anteriormente, apenas o método IF consegue média de erro com mais precisão para  $SNR \ge 50$  dB, na escala de centímetros.

## 4.3 Remoção de Outliers

Outliers são valores discrepantes de um conjunto, amostras que se diferenciam abruptamente das outras (27) (28). São conhecidos como pontos fora da curva e podem ser prejudiciais para a análise de um processo porque podem deturpar seus resultados. No nosso caso, estimativas atípicas de posição podem afastar a média final de estimativas da posição real do alvo. Por esse motivo, é essencial que o conjunto total de estimativas de posição passe por uma técnica de detecção de *outliers* para garantir um bom resultado.

A primeira técnica se baseia na remoção segundo a média e o desvio padrão do conjunto total. Todas as amostras que estiverem afastadas da média mais que três vezes o desvio padrão serão consideradas *outliers* (28).

A segunda técnica se baseia na remoção segundo a mediana e no desvio absoluto de mediana (MAD) do conjunto total (27). Sabendo que  $\tilde{x}$  é a mediana do conjunto total de estimativas, o desvio absoluto de mediana é dado por

$$MAD = median(|x_i - \tilde{x}|) . \tag{4.18}$$

O limite dos valores que serão considerados *outliers* será dado por  $\sigma = nkMAD$ , sendo k uma constante que depende do tipo de distribuição empregada (1,4826 para distribuição normal de média zero e variância unitária) e n define quantas vezes acima da escala MAD a amostra observada será considerada *outlier* (foi escolhido n=3 para nosso caso).

A terceira técnica estudada foi a dos quartis (28). Dado um conjunto de dados e sua mediana  $Q_2$ , a mediana dos valores do conjunto total inferiores a  $Q_2$  é definida como  $Q_1$  e a mediana dos valores do conjunto total superiores a  $Q_2$  é definida como  $Q_3$ . Chama-se de amplitude interquartil (*Interquartile Range* - IQR) a subtração  $IQR = Q_3 - Q_1$ . Assim, segundo esta técnica, serão considerados *outliers* as amostras que estiverem abaixo de  $Q_1 - 1, 5IQR$  ou superior a  $Q_3 + 1, 5IQR$ .

Considere um conjunto de 168 estimativas de distância, apresentado na Figura 26. Este conjunto se trata do erro de localização de cada estimativa. Nosso interesse é classificar qual destas estimativas podem ser consideradas *outliers* segundo os critérios descritos nesta Seção.

A Figura 27 apresenta as estimativas que foram identificadas como *outliers*: em vermelho pela técnica de média (6 amostras), em asterisco verde pela técnica de mediana (23 amostras) e tracejado em preto pela técnica de quartis (16 amostras). A técnica de média reduziu em 0.089 m o erro da estimativa de posição final, 0.124 m a técnica de mediana e 0.102 m técnica de quartis (SNR=-20 dB no cenário acústico). Assim, percebemos que das três técnicas, a da mediana foi a mais rigorosa para este conjunto de dados.



Figura 26 – Um conjunto de estimativas de distâncias.



Figura 27 – Um conjunto de estimativas de distâncias com destaque para os outliers.

Em resumo, foram apresentadas neste capítulo três técnicas de estimação de frequência que podem ser aplicadas no sistema proposto na Seção 2.3: A DFT clássica, um estimador em frequência baseado na derivada do sinal chamada de  $DFT^1$  e um método baseado na forma analítica do sinal chamado IF. Das três, a técnica  $DFT^1$  se mostrou mais adequada à proposta deste trabalho, porque apresenta estimações mais precisas nas faixas de ruído mais próximas da realidade. Por fim, foram apresentadas três técnicas de remoção de *outliers*, das quais a eliminação baseado em desvio absoluto de mediana se revelou mais eficaz.

# 5 EXPERIMENTO COM SINAL ACÚSTICO

Neste capítulo veremos as primeiras simulações de um sistema completo segundo a estrutura apresentada no Capítulo 2 e, em seguida, os resultados de um experimento utilizando o cenário descrito na Seção 2.4.1. Neste capítulo definimos como "posição" a localização do sensor no eixo x e como "distância" o afastamento de um ponto do eixo das abscissas, mensurado pelo eixo y.

## 5.1 Simulações

Como foi apresentado no Capítulo 3, os conceitos de FDOA e isodoppler vistos até aqui podem ser aplicados em qualquer tipo de sinal. Porém, estas simulações foram realizadas utilizando sinal acústico com o intuito de serem comparadas com um experimento real com microfone.

Será considerado um emissor parado. Desta forma, ao invés de utilizar múltiplos sensores, podemos usar um único sensor se movendo em velocidade constante e analisar a informação coletada em diferentes instantes de tempo.

Também foi considerado que o valor da frequência original  $f_0$  é desconhecido para que seja estimada a partir dos dados coletados.



Figura 28 – Frequência teórica e obtida após leitura do sinal.

Na simulação, o sensor se desloca pelo eixo x da posição 0m à posição 100m e o sinal emitido é gravado constantemente. Para tal, foi simulado um emissor com  $f_0 = 3$  kHz

na posição [50 m 5 m] e considerada a velocidade do sensor de 30 km/h (velocidade de um automóvel). Assim, a simulação gerada produziu um sinal contínuo cuja frequência variava de 3072 Hz a 2928 Hz, conforme descrito na Seção 4.2. Percebe-se também a variação da amplitude do sinal conforme o sensor se aproxima ou se afasta da posição mais próxima do emissor.

O método de estimação de frequência escolhido foi a  $DFT^1$  pelo desempenho apresentado no Capítulo 3. Com o objetivo de tratar este sinal, ele passa por uma FFT de 100.000 pontos com janela de Hann com superposição de 50%. Em seguida, o sinal passa por um filtro de mediana para eliminar medidas mais imprecisas e, finalmente, por um filtro passa-baixas (moving average com frequência de corte de 0.0177  $\pi$ ), para eliminar frequências acima do esperado. O resultado é apresentado na Figura 28.

A Figura 28 também apresenta a derivada do sinal medido. O ponto de menor valor da derivada é o ponto de inflexão da curva, onde a velocidade radial entre o emissor e o sensor é zero. A frequência medida neste ponto é  $f_0$ .

O método de estimação FDOA escolhido foi o de isodoppler baseado em coordenadas polares, descrito na Seção 3.2, pois se revelou a técnica mais rápida dentro dos parâmetros estabelecidos no Capítulo 3 e a mais interessante para avaliar visualmente o comportamento do estimador pela projeção das mesmas no plano xy.

#### 5.2 Combinação de Oito Posições

Nesta Seção descreveremos o resultado do teste de oito possíveis posições que o sensor poderia adotar, fazendo a combinação três à três destas oito posições (onde as frequências foram estimadas). O objetivo deste teste é avaliar a influência da posição do sensor na localização do alvo.

As posições são igualmente espaçadas e centralizadas no ponto de derivada mínima (t=6s). Assim existem quatro posições à direita e quatro posições à esquerda do emissor, conforme ilustrado na Figura 29. As posições são  $s_1 = 11, 1 \text{ m}$  ( $t_1 = 1, 3 \text{ s}$ ),  $s_2 = 22, 2 \text{ m}$  ( $t_2 = 2, 6 \text{ s}$ ),  $s_3 = 33, 3 \text{ m}$  ( $t_3 = 3, 9 \text{ s}$ ),  $s_4 = 44, 4 \text{ m}$  ( $t_4 = 5, 2 \text{ s}$ ),  $s_5 = 55, 5 \text{ m}$  ( $t_5 = 6, 5 \text{ s}$ ),  $s_6 = 66, 6 \text{ m}$  ( $t_6 = 7, 8 \text{ s}$ ),  $s_7 = 77, 7 \text{ m}$  ( $t_7 = 9, 1 \text{ s}$ ) e  $s_8 = 88, 8 \text{ m}$  ( $t_8 = 10, 4 \text{ s}$ ). O tempo total do experimento é de 12 s.

Como existem oito posições, são 56 combinações três a três resultantes, sendo três isodopplers por combinação, totalizando 168 estimativas cujos resultados estão ilustrados na Figura 30. Neste exemplo, foi acrescentado ao sinal simulado um ruído de fundo normalmente distribuído e média zero com  $\sigma_n = 0, 1$  Hz (0,0033 % de  $f_0$ ). A elipse em vermelho é uma elipse de erro que engloba 134 estimatias mais próximas da média (80 %).



Figura 29 – Posições Escolhidas para o Sensor.



Figura 30 – Cruzamento das Isodopplers no caso  $\sigma_n = 0, 1$  Hz. Alvo em [50 m 5 m].

### 5.3 Distorção da Geometria

Um fenômeno importante que ocorre na estimação de posição por FDOA é que a escolha das posições de leitura influencia o resultado. A Figura 31 apresenta 56 estimativas para as mesmas posições de leitura ( $s_3$ ,  $s_4$  e  $s_5$  da Figura 29) sob erro normalmente distribuído com desvio padrão  $\sigma_n = 0,001$  Hz ( $3 \times 10^{-7}$  de  $f_0$ ). Perceba que as estimativas obedecem distribuições diferentes dependendo da posição do alvo. Enquanto que na Figura 30 a distribuição é uniforme e a elipse de erro se aproxima de uma circunferência, na Figura 31 a distribuição é deformada, com uma elipse de erro inclinada, cujo ângulo depende da posição do emissor.

Este fenômeno é chamado de GDOP (*Geometric Dilution of Precision*) (29), que se refere ao aumento de imprecisão de uma determinada medida devido à distribuição dos sensores em relação ao emissor que se deseja medir. Em campo, nem sempre é possível determinar a melhor geometria para espalhar os sensores, mas pela característica dinâmica do FDOA, cujos sensores estão em movimento, possibilita realizar leituras em diferentes instantes de tempo, o que implica em geometrias diferentes a cada nova leitura. Desta forma, as geometrias influenciadas pelo GDOP poderão ser removidas do conjunto total de estimativas por meio das técnicas de remoção de *outlier*.



Figura 31 – Geometria das estimativas considerando posições  $S_3$ ,  $S_4$  e  $S_5$ . ( $\sigma_n = 0,001$  Hz).

### 5.4 Descrição do Experimento com Sinal Acústico

Em 25 de Julho de 2019, um experimento foi realizado nas dependências da Fábrica de Munição da EMGEPRON, situado no Complexo do Batalhão Tonelero, em Campo Grande, Rio de Janeiro. O experimento consistiu em gerar um sinal de 3 kHz na posição [50 m 5 m] e mover um automóvel a 30 km/h, equipado com um microfone com protetor contra vento, para capturar o sinal pela extensão de 100m de uma pista reta.



Figura 32 – Frequência Estimada do Experimento Real.

Para realizar a sincronização do experimento, marcas de 0 e 100m foram colocadas de forma que o motorista passasse já em velocidade constante de 30 km/h. Além disso, um aplicativo de leitura de GPS foi utilizado para que as medidas de posição e velocidade do automóvel fossem sincronizadas com a leitura do sinal acústico.

Em seguida, este sinal sofreu o mesmo tratamento dado ao sinal simulado descrito na Seção 5.2. Na prática, a estimativa na frequência precisou de uma nova filtragem, pois as descritas no Capítulo 3 não foram suficientes para limpar o sinal adequadamente. Foi feita uma interpolação quadrática de 60 pontos do sinal (*smooth*) e o resultado, combinado com a posição e velocidade do automóvel medidos pelo GPS, foi suficiente para realizarmos a estimativa da localização.

### 5.5 Resultados do Experimento com Sinal Acústico

Uma das estimativas na frequência obtidas estão representadas na Figura 32, baseada em  $DFT^1$  e após o filtro de mediana e o filtro passa-baixas descrito na Seção 5.1. As estimativas em posição estão apresentadas na Figura 33. Os asteriscos negros representam cada uma das 56 estimativas, o quadrado azul é a média das estimativas após remoção de *outliers* pelo método da mediana. O objetivo do experimento era que a média das estimativas (em azul) se aproximasse da posição real do alvo (em vermelho).



Figura 33 – Posição Estimada do Experimento Real. Posição real em vermelho, estimativas em asterisco negro e média das estimativas em azul.

Ao total, o experimento foi realizado 6 vezes e o resultado do erro de posicionamento para cada experimento está descrito na Tabela 1.

	Exp:1	Exp:2	Exp:3	Exp:4	Exp:5	Exp:6
Erro RMS de Posição (m)	10,21	5,12	2,71	3,07	1,88	4,00
Sem Outliers (m)	9,31	4,92	1,65	2,56	1,84	3,54
Desvio padrão (m)	2,02	1,11	1,21	1,06	1,15	0,99

Tabela 1 – Resultado do Experimento Real

O resultado demonstra que é possível realizar a estimação da posição de um emissor através da técnica FDOA mesmo utilizando um único sensor com captura constante em diferentes instantes de tempo. Também corrobora a escolha da técnica  $DFT^1$  como estimador de frequência e do método de medianas como detector de *outliers*.

Do ponto de vista prático, a sincronização entre o GPS e a captura do sinal se mostrou indispensável para a obtenção do resultado. Experimentos anteriores mostraram que, apesar do veículo estar se movendo em velocidade constante, o velocímetro do automóvel é demasiadamente impreciso para este experimento, necessitando a inclusão do GPS. A Tabela 1 apresenta erros de estimativas menores que 10m (após remoção de *outliers*). A principal suspeita para a polarização do resultado recai sobre a dificuldade encontrada de sincronizar a velocidade e localização do veículo por GPS com a leitura das frequências, além de sua precisão (10 m). Por esse motivo, sugere-se que para um novo experimento seja desenvolvido um sistema que integre a leitura de velocidade e posição do veículo por GPS militar com a captura do sinal. Assim, a variável de erro de sincronização entre as leituras seria eliminada e a precisão da velocidade seria maximizada, podendo alcançar resultados mais precisos.

Por fim, a título de informação, a Figura 34 apresenta a interface do aplicativo GPS Tracker Pro, para sistema operacional Android, sendo utilizado e as Figuras 35, 36 e 37 apresentam fotografias das condições do experimento.



Figura 34 – Aplicativo Sincronizado com GPS.



Figura 35 – Emissor de Sinal de 3 kHz.



Figura 36 – Pista de 100m demarcada.



Figura37 – Microfone instalado do lado de fora do automóvel.

# 6 APLICAÇÃO NAVAL

A localização de emissores de RF é um assunto de interesse nas operações navais, visto que um navio utiliza diversos sistemas que provocam o espectro eletromagnético, como os sistemas de comunicação, os radares de navegação e os radares do sistema de armas. No teatro de operações navais, os comandantes dos navios evitam ao máximo emitir com seus sistemas pois sabem que isso pode revelar sua localização. Este capítulo investiga um técnica de localização baseada em FDOA num cenário onde um navio de interesse que está emitindo RF com um equipamento radar e uma aeronave aliada move-se em linha reta fora do alcance nominal do radar.

#### 6.1 Conceitos Básicos sobre RADAR

"RADAR" é uma abreviação, do inglês, *RAdio Detection And Ranging* e se trata de um sistema utilizado para detectar alvos emitindo uma onda eletromagnética por uma antena direcional e capturando parte da reflexão dessa onda pelo alvo (30). Eles podem ser classificados em inúmeras categorias: como terrestre ou aéreo, pela banda da frequência e pela característica da antena, entre outras. Uma classificação que particularmente nos interessa é relativa à forma de onda: onda contínua ou pulsado.

#### 6.1.1 Radar Pulsado

Um radar pulsado transmite um trem de N pulsos de largura  $\tau$ , em um período T, centrados numa frequência  $f_0$ , como ilustrado na Figura 38, e a distância do alvo será

$$Range = \frac{c\Delta t}{2} , \qquad (6.1)$$

onde c é a velocidade de propagação da onda eletromagnética e  $\Delta t$  é o tempo de retorno do pulso ao receptor. O alcance máximo do RADAR é limitado por  $\Delta t = T$ .

Existe uma expressão conhecida como equação do alcance do radar que representa os limites físicos da potência de transmissão. A potência recebida na antena  $P_r$  é dada pela equação do radar (30)

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{4\pi^3 Rang e^4} , \qquad (6.2)$$

sendo  $P_t$  a potência transmitida, G o ganho da antena direcional relacionado a sua abertura,  $\lambda$  o comprimento de onda e  $\sigma$  uma grandeza física conhecida como seção reta



Figura 38 – Exemplo de Transmissão de Trem de Pulsos.

radar (conhecida em inglês como *Radar Cross Section*) que depende do tamanho, orientação, formato e material do alvo, e que se trata da razão entre a potência refletida de volta à antena pela potência incidida sobre o alvo (em  $m^2$ ).



Figura 39 – Retorno dos Pulsos usando Antena Rotativa.

Desta forma, percebe-se que o nível de potência detectável  $P_{min}$  irá limitar a

distância máxima  $R_{max}$  de detecção do radar da seguinte maneira

$$R_{max} = \left(\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{4\pi^3 P_{min}}\right)^{1/4} \tag{6.3}$$

Quando o radar possui uma antena móvel circular com período de varredura  $T_{rot}$ , ele atingirá o alvo com uma certa quantidade  $n_p$  de pulsos que depende da frequência  $f_r$ de repetição e a largura do feixe da antena  $\theta_a$  da seguinte forma

$$n_p = \frac{\theta_a T_{rot} f_r}{2\pi} \ . \tag{6.4}$$

A Figura 39 ilustra um trem de pulsos recebidos pela antena rotativa e que tiveram sua amplitude alterada devido às características refletivas do alvo em relação ao ângulo de transmissão de cada pulso.

O espectro em frequência a partir de transformada de Fourier de um sinal pulsado é

$$F(\Omega) = A\tau Sync\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right),\tag{6.5}$$

com amplitude A, largura de pulso  $\tau$  e frequência central  $f_0$  e ilustrado pela Figura ?? (30). Este espectro também pode ser considerado como envelope para um trem de pulsos separados na frequência por  $f_r$ .

Porém, a estimação de frequência de um radar pulsado é um assunto vasto (31) (30) e com detalhes de projeto de receptores que foge o escopo deste trabalho. Assim, a Figura 40 apresenta a resposta de um estimador dedicado para um radar pulsado dotado das seguintes características: largura de pulso  $\tau = 0, 8 \ \mu s$ ,  $f_r = 600 \ Hz$ , largura de feixe da antena  $\theta_a = 4^{\circ}$ . Segundo a Eq. (6.4), isso fornecerá um total de 17 pulsos a cada varredura da antena (velocidade de varredura de 24 RPM ( $T_{rot} = 2, 5s$ ). Para este estimador dedicado, considerou-se o trem de pulsos rebatido para uma frequência intermediária de FI = 60MHz, utilizou-se uma taxa de amostragem de  $f_s = 400 \ MHz$  a frequência via  $DFT^0$  de  $10^6 \ pontos$ .

#### 6.1.2 Radar de Onda Contínua (CW)

Um radar de onda contínua (CW - do inglês, *Continuous Wave*) transmite constantemente a onda eletromagnética e utiliza antenas separadas para transmissão e recepção (30). Seu espectro na frequência é um par de pulsos em  $f_0 e - f_0$ , como explicado na Seção 4.1 e, por este motivo, temos um interesse particular neste tipo de radar nesta dissertação.

Se considerarmos um radar de onda contínua centrado em uma frquência  $f_0$ , podemos utilizar os estimadores de frequência descritos no Capítulo 4 para subsidiar as



Figura 40 – Estimativas de frequência de um radar pulsado.

técnicas de FDOA descrita no Capítulo 3, pois elas podem ser utilizadas para localizar alvos emissores de RF conforme o cenário descrito na Seção 2.4.2.

A Figura 41 ilustra o uso das isodopplers em quatro casos em ambiente naval para diferentes posições dos alvos emitindo um sinal de frequência  $f_0 = 9$  GHz. As isodopplers se remodelam conforme a geometria do cenário. Considerando que os pontos de leitura são apenas três: x = 25 km, x = 50 km e x = 75 km e a velocidade dos sensores sendo v = 100 m/s, apenas a Figura 41a apresenta simetria pois o alvo se encontra no centro do quadrante de interesse. Para as demais posições da Figura 41, as curvas adaptam sua geometria para passar sobre o emissor.

Porém, idependente do formato que a isodopper assume, elas sempre se cruzam em um único ponto. Através das coordenadas polares é possível extrair este ponto de cruzamento e, assim, estimar a posição do emissor.

#### 6.2 Influência dos Receptores Digitais e Modelagem do Erro

Vimos até agora a capacidade da técnica FDOA de localizar o alvo quando possui três ou mais sensores realizando a leitura da frequência do emissor e se movendo com velocidade e localização conhecidas. Portanto, supõe-se que a precisão da leitura de frequência é um fator relevante para a estimação final do alvo. Nesta seção analisaremos a



Figura 41 – Isodopplers para o caso ideal em cenário naval.

influência do erro de leitura dos receptores digitais na estimação do FDOA.

Considere que o erro de medida da frequência seja normalmente distribuído com média diferente de zero ( $\mu \neq 0$ ).

Para avaliar a resposta do algoritmo de FDOA, vamos considerar que o erro seja composto por duas parcelas: O erro total de medida de frequência  $(e_f)$  será a soma de um erro fixo de deslocamento  $(e_{shift})$  com um erro normalmente distribuído com média zero  $(e_n)$ , ou seja

$$e_f = e_{shift} + e_n \tag{6.6}$$

Porém, como o FDOA trabalha com a subtração das medidas de frequência, conforme descrito na Equação (2.4), é de se esperar que a parcela fixa do erro de leitura seja irrelevante para a obtenção da estimativa da posição.

Com o objetivo de avaliar a influência do erro no algoritmo, foram realizadas 1000 simulações do cenário descrito na Seção 2.4.2. Com o intuito de isolar a influência do

erro de outros fatores durante a simulação, foi considerado apenas os instantes de tempo  $t_1 = 200$  s, correspondente a posição x = 20 km,  $t_2 = 400$  s, correspondente a posição x = 40 km e  $t_3 = 800$  s, correspondente a posição x = 80 km.

É importante frisar neste ponto que o objetivo desta seção é avaliar o erro de um estimador de frequência qualquer, independente do tipo de radar. Assim, para esta avaliação, o erro foi acrescentado diretamente na frequência teórica esperada, como será ilustrado mais à frente na Figura 46.

Primeiramente foram realizadas 1000 simulações com o erro constante  $e_{shift} \neq 0$ , para o desvio padrão do erro normal  $e_n$  de 0.25 Hz, 2,5 Hz, 12,5 Hz e 25 Hz. As estimativas estão apresentadas na Figura 42 e suas respectivas médias de erro de saída e desvio padrão estão apresentados na Tabela 2. A variável  $e_{shift} \neq 0$  a cada simulação recebe um valor entre -900 Hz e 900 Hz com distribuição uniforme.

Tabela 2 –	Média e	Desvio	Padrão	do E	Erro de	Localização	( e <sub>shift</sub>	$\neq 0$	)
	mouna o	D 05 110	1 aarao	uo r	2110 uo	Locanzação	( Snift	/ 0	)

$\sigma$	$\mu_{out}$	$\sigma_{out}$
$0,25~\mathrm{Hz}$	$16,1 {\rm m}$	9,6 m
2,5 Hz	$160,5 {\rm m}$	97,0 m
12,5 Hz	$785,5 {\rm m}$	476,5 m
25 Hz	1601,8 m	967,6 m

Tabela 3 – Média e Desvio Padrão do Erro de Localização ( $e_{shift} = 0$ )

σ	$\mu_{out}$	$\sigma_{out}$
$0,25~\mathrm{Hz}$	16,1 m	$9,5 \mathrm{m}$
2,5 Hz	$161,3 {\rm m}$	98,1 m
12,5 Hz	788,9 m	477,1 m
25 Hz	$1595,7 {\rm m}$	941,0 m

Analogamente, foram realizadas mais 1000 simulações, agora com o erro constante  $e_{shift} = 0$ , para o desvio padrão do erro normal  $e_n$  de 0,25 Hz, 2,5 Hz, 12,5 Hz e 25 Hz. As estimativas estão apresentadas na Figura 43 e suas respectivas médias de erro de saída e desvio padrão estão apresentados na Tabela 3.

Comparando as Tabelas 2 e 3 percebe-se que o erro constante  $e_{shift}$  não influencia a média de erro e os valores de desvio padrão para qualquer valor de desvio padrão do erro normal  $e_n$ , conforme o esperado. Desta forma, avaliar o erro de um receptor digital é necessário separá-lo de sua parcela constante e sua parcela normalmente distribuída, pois a constante não influencia a resposta do FDOA.



Figura 42 – Estimativas para diferentes Desvios Padrão com  $e_{shift} \neq 0$ .

# 6.3 Método On-The-Fly (OTF)

Foi desenvolvido um programa que simula o cenário descrito na Seção 2.4.2 e prevendo o erro modelado na Seção 6.2. A Figura 44 ilustra as isodopplers sendo traçadas conforme a aeronave alcança novos pontos de aquisição de dados.

Com o objetivo de aplicar os estimadores de frequência definidos no Capítulo 4, aos moldes do experimento acústico (Capítulo 5), consideramos para as próximas simulações um radar de onda contínua.

Inicialmente são definidos os parâmetros a serem utilizados na simulação: o números de pontos de aquisição  $aq_{max} = 12$ , a magnitude do erro  $e_{shift} = 900$  Hz, o desvio padrão do erro normal  $\sigma_{e_n} = 25$  Hz, a posição e a distância do emissor d = 50 km e posicao = 50 km, a velocidade de propagação da onda em  $c = 3 \times 10^8$  m/s, a velocidade da aeronave v = 100 m/s, a distância percorrida pela aeronave até o final do experimento  $\Delta s = 100$  km, frequência de amostragem do receptor fs = 400 MHz e a frequência do sinal emitido  $f_0 = 9, 4$  GHz, rebatido para uma FI = 60 MHz e estimado em janelas de 100 ms.

Em seguida, calculamos o intervalo de tempo total do experimento sendo  $\Delta t = \Delta s/v$ 



Figura 43 – Estimativas para diferentes Desvios Padrão com  $e_{shift} = 0$ 

e o período de amostragem como T = 1/fs, sendo  $t = 0 : T : \Delta t$ . Dessa forma, a posição do sensor é dada por s = vt, a distância do sensor para o emissor será dada por

$$distancia = \sqrt{(posicao - s)^2 + d^2} \tag{6.7}$$

Portanto, a velocidade radial do sensor em relação ao emissor será dada por

$$vRX = \frac{v(posicao - s)}{distancia} \tag{6.8}$$

Assim, segundo a Eq. (2.3), a frequência medida pelo sensor movendo-se a velocidade v sobre o eixo x a partir de um radar com frequência base  $f_0$  alterada pelo efeito Doppler, ainda sem influência do erro, está ilustrada na Figura 45a e é dada por

$$fdoppler = f_o \frac{vRX}{c} . ag{6.9}$$

Enfim, é gerado o erro de distribuição normal  $e_n$  com desvio padrão  $\sigma_{e_n}$  e é acrescido do erro  $e_{shift}$  a frequência doppler esperada  $f_{erro} = fdoppler + e_n + e_{shift}$ . O sinal de saída


Figura 44 – Evolução da técnica On-the-fly a partir das isodopplers.



Figura 45 – Simulação de Efeito Doppler em 9 GHz.

Tabela 4 – Número de estimativas a cada ponto de aquisição

Ponto de Aquisição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Posição (km)	7,69	$15,\!38$	23,07	30,76	38,46	$46,\!15$	$53,\!84$	61,53	69,23	76,92	84,61	92,30
Instante de Tempo (s)	76,9	153,8	230,7	307,6	384,6	461,5	538,4	615,3	692,3	769,2	846,1	923,0
N° de Isodopplers	-	-	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
N° de Estimativas	-	-	3	12	30	60	105	168	252	360	495	660

é apresentado na Figura 45b.

Em seguida, define-se os pontos que serão utilizados como leitura. Para tal, divide-se a distância percorrida s pelo total de pontos desejados  $aq_{max}$  de forma a ficarem igualmente separados. Então, a partir do terceiro ponto, gera-se as isodopplers correspondentes. Note que, para o quarto ponto em diante, será necessário calcular o total de combinações entre isodopplers para extrair a estimativa a cada duas.

Considerando a posição no eixo x de cada ponto de aquisição, assim como o instante de tempo em que a aeronave o alcança, a quantidade de isodopplers e de estimativas que são geradas em cada ponto estão listadas na Tabela 4.

Cada nova estimativa gerada é acrescentada em vetores denominados  $x\_cruzamento$ e  $y\_cruzamento$ , correspondente as estimativas da posição e da distância do alvo. São extraídas as médias desses vetores e registradas nas variáveis *estimativa\\_media\\_x* e *estimativa\\_media\\_y*, que a cada nova estimativa se aproxima mais da posição original do alvo conforme ilustrado na Figura 46b. A redução do erro de localização a cada nova estimativa está ilustrada ne Figura 46a.

Por atualizar a estimativa com novos dados durante a execução do algoritmo e no decorrer da trajetória da aeronave, este sistema foi chamado de método *on-the-fly* e foi aceito para publicação no LASCAS 2020 (*11th IEEE Latin American Symposium on Circuits and Systems*) (32).

Entretanto, como já foi visto no Capítulo 5, a geometria da dispersão dos sensores



 (a) Evolução do erro de localização com o (b) Trajetória da estimativa (sem remoavanço da aquisição de dados.
ção de outlier).

Figura 46 – Desempenho do método On-the-fly.



Figura 47 – Distribuição das Elipses de Erro.

em relação ao emissor influencia na distribuição das estimativas no plano xy. A Figura 47 a resposta do sistema *on-the-fly* de 45 posições diferentes do emissor e suas respectivas elipses de erro correspondente a 85% das melhores estimativas. As posições do sensor, para esta análise, foram fixadas em  $x_1 = 36361$  m,  $x_2 = 45452$  m e $x_3 = 54545$  m sobre o eixo x, a velocidade do sensor de 100 m/s e o desvio padrão do ruído de  $\sigma_n = 1$ Hz. Além disso, o emissor foi posicionado em x = 10 km, 20 km, ... 90 km e em y = 10 km, 30 km, 50 km, 70 km e 90 km.

A influência da geometria do experimento é revelada na Figura 47. Repare que as elipses tendem a ficar com seus eixos maiores paralelos ao das abscissas quando o alvo se encontra próximo de x = 50 km e paralelos ao das ordenadas conforme se afasta do centro. A dispersão das estimativas, proporcional à área das elipses, tendem a ser maiores quando o alvo está mais afastado do sensor e menores, consequentemente mais precisas, quando o alvo está próximo do eixo x.

A Figura 48 apresenta uma aproximação visual das 1000 estimativas no caso em que o emissor se encontra na posição  $[30km \ 70km]$ , com a elipse de erro delimitando as estimativas mais precisas.



Figura 48 – Exemplo de Distribuição de Estimativas delimitadas por Elipse de Erro.

### 6.4 Exemplo do Método OTF aplicado a Radar Pulsado

Vimos neste capítulo que a estimativa de frequência do sinal emitido por um radar pulsado deve considerar o trem de pulsos recebido após uma varredura da antena. Quanto mais pulsos o receptor detectar, mais informação o sistema terá disponível para estimar a frequência.



Figura 49 – Resposta em Frequência de um trem de pulsos.



Figura 50 – OTF aplicado em radar pulsado.

Porém, como há longos instantes de silêncio entre um pulso e outro, as técnicas de estimação em frequência apresentadas no Capítulo 4 devem ser adaptadas para esta realidade.

Portanto, nesta seção será apresentado um exemplo de localização de alvo por FDOA, utilizando como estimador de frequência a  $DFT^0$  (pois a  $DFT^1$  pressupõe janelamento como visto no Capítulo 4), para o caso de radar pulsado e, em seguida, voltaremos ao caso contínuo.

A Figura 49 apresenta a resposta em frequência de 17 pulsos com FI = 60 MHz, onde o pico do espectro em frequência corresponde a estimativa desejada. A Figura 50 apresenta as estimativas de localização do alvo baseado no método OTF.

Foi considerado SNR=10 dB e FDOA geométrico em coordenadas polares com remoção de *outliers* pelo método de mediana. O pulso possui 0.8  $\mu s$  de largura, numa taxa de repetição de 600 Hz que, numa velocidade de varredura de 24 RPM ( $T_{rot} = 2, 5$  s) que, segundo a Eq. (6.4), totaliza 17 pulsos em um trem. Para este exemplo, a estimativa de posicionamento teve erro de 177.37 m.

#### 6.5 Resultados da Simulação para Radar CW

Foram realizadas 100 simulações para diferentes valores de SNR para o cenário naval onde, para a mesma entrada de dados era realizada uma estimação baseada no método *on-the-fly* descrito neste capítulo quanto para o método de estimação de máxima verosimilhança (do inglês, *Maximum Likehood Estimator*) descrito na Seção 3.5. O erro encontrado é ilustrado na Figura 51.



Figura 51 – Erro do método OTF e MLE aplicado ao cenário naval (SNR = 0 dB).

Como esperado, o sistema MLE ainda é mais preciso que o sistema on-the-fly,

	SNR=-10 dB	SNR=0 dB	SNR=10 dB	SNR=20 dB
OTF-Média Inicial	69,69	36,31	32,76	28,63
OTF-Média sem outliers	10,98	8,82	8,50	8,36
MLE-Média	13,82	8,71	8,10	8,13
OTF-Desvio Padrão Inicial	68,32	52,36	33,88	3,69
OTF-Desvio Padrão outliers	6,32	3,60	1,06	0,18
MLE-Desvio Padrão	7,10	3,78	1,17	0,02

Tabela 5 – Desempenho de método MLE

apesar de ter alcançado uma velocidade de processamento de 0,192 s por estimativa, 55% menor que o MLE para 100 iterações (o mínimo necessário para garantir convergência). De qualquer forma, o MLE pode ser usado como referência para comparar com o sistema proposto.

A Tabela 5 apresenta o desempenho dos dois sistemas comparativamente e percebese que o erro de localização do método proposto é cerca de 8% maior do que a melhor estimativa possível. O desvio padrão teve um resultado interessante, nos três casos foi menor que o desvio padrão do MLE, consequência da análise e remoção de outliers.

O sistema MLE, apesar de possuir resultados melhores sob a influência de ruído em comparação com o método OTF, possui suas limitações. Ele é um método iterativo e, como tal, precisa de um certo número de iterações para apresentar uma resposta (100 neste caso). Também é muito sensível à escolha da estimativa inicial. Nestas simulações foi utilizado como  $\mathbf{q}_{inic} = [10 \ km \ 10 \ km]$ , porém o sistema sempre falha para valores iniciais como  $\mathbf{q}_{inic} = [0 \ km \ 0 \ km]$  ou negativos. A escolha do passo também é relevante para aumentar a precisão do sistema, no caso foi utilizado  $\mu = 0, 1$ . Além disso, uma única estimativa para 100 iterações do MLE leva 0.297 s, 50% a mais da velocidade de uma estimativa do método OTF (0,192 s). Cabe frisar que as características do programa de simulação e do processador utilizados nas simulações são citadas na Seção 2.4.

## 7 CONCLUSÃO

A técnica de estimação de emissor através de diferença de frequência Doppler (FDOA) é de grande relevância para sistemas de Guerra Eletrônica, seja em ambiente terrestre quanto ambiente marítimo, visto que em ambos os cenários ocorre ampla utilização do espectro eletromagnético. A deformação da onda provocada pela velocidade relativa entre sensor e emissor é uma informação expressiva; ela pode, inclusive, ser determinante para solucionar a redundância de localização de outras técnicas de localização, tal como a baseada em diferença de tempo de chegada (TDOA). Em um teatro de operações, a carência desta informação pode acarretar aumento do tempo de processamento ou aumento do número de sensores para detectar o alvo, ou até mesmo, inviabilização do processo de localização.

Com tal motivação foram apresentados quatro métodos de utilização do FDOA. Um baseado no delineamento de curvas onde a diferença da frequência é constante, chamadas isodopplers, outro sendo uma versão das isodoppler utilizando coordenadas polares que simplifica a detecção do cruzamento entre as curvas. O terceiro método apresentava um conjunto de equações cuja solução poderia ser encontrada através de busca exaustiva pelo quadrante de interesse, alternando o valor das variáveis por meio de um passo fixo e detectando o ponto de menor erro. Por fim, foi visto um método iterativo, baseado no método de Newton, para encontrar a solução das equações. O método de isodoppler por coordenadas polares foi escolhido como mais adequado à nossa aplicação pois o método de Newton, apesar de mais veloz, é dependente de uma escolha adequada de uma posição inicial; por outro lado, o método de busca exaustiva demandava maior tempo de processamento e dependia de uma escolha adequada do passo. Ainda assim, o método de isodoppler por coordenadas polares levou 0,192 s para realizar o cálculo de uma estimativa, enquanto o MLE em 100 iterações levou 0,297 s, 55% mais lento, no ambiente computacional descrito na Seção 2.4.

Em seguida, foram apresentadas três técnicas de estimação de frequência. A primeira, chamada neste trabalho de  $DFT^0$ , refere-se a DFT clássica, cuja teoria foi brevemente apresentada no Capítulo 3. Além dela, foi apresentada uma técnica chamada  $DFT^1$  e uma última baseada na manipulação algébrica da forma analítica do sinal por meio da transformada de Hilbert, chamada de *instantaneous frequency* – *IF*. Percebeu-se também que a escolha dos estimadores de frequência é imprescindível para uma localização adequada do alvo. A técnica  $DFT^1$  foi escolhida como a mais adequada para os propósitos desta dissertação visto que se mostrou superior em todos os quesitos em relação a  $DFT^0$ , enquanto que a técnica IF, apesar de ser mais veloz e ter menor complexidade computacional, supera

a  $DFT^1$  apenas para valores de SNR acima de 50 dB.

No Capítulo 4 foi verificada a importância de realizar remoção de amostras espúrias, conhecidas como *outlier*, e foram apresentadas três técnicas para realizar essa detecção: pela análise da média, da mediana ou dos quartis. A técnica de detecção de *outlier* por análise de mediana foi a mais criteriosa das três, detectando o maior número de amostras imprecisas, e foi escolhida como mais adequada para nossa aplicação.

Através dos resultados das simulações e do experimento com sinal acústico, verificamos que é possível estimar a posição de um emissor parado baseado em efeito Doppler utilizando apenas um único sensor em movimento retilíneo. Ademais, foi visto que a geometria do experimento pode deformar as isodopplers e apresentar espalhamento com diferentes formatos. Mais ainda, foi constatado que a escolha adequada de um estimador de frequência e de um método de remoção de *outliers* pode tornar o sistema de estimação de posição de emissor adequado para uso em experimentos práticos.

Além disso, foi apresentado o resultado de um experimento prático para detecção de sinal acústico. As técnicas descritas no Capítulo 3 se mostraram adequadas para o cenário proposto e a estimativa da posição foi alcançada; mas foram expostas limitações para a melhoria da precisão do sistema relacionadas à sincronização das leituras do sinal acústico com o GPS e a precisão dos medidores de velocidade.

Também foi proposta uma técnica que pode ser aplicada em cenário naval, aqui chamada técnica *on-the-fly*. A técnica proposta se baseia na ideia de um único receptor digital instalado em uma aeronave de asa fixa em movimento realizando múltiplas leituras em instantes de tempo diferentes do mesmo sinal. Considerando um alvo estacionário, e segundo os conceitos apresentados no Capítulo 3, a partir da terceira leitura é possível iniciar o processo de estimativa de posição do alvo. Mais do que isso, cada nova leitura adquirida pelo receptor digital pode ser usada para atualizar a posição, aprimorando cada vez mais a precisão do estimador. Este método foi comparado com o estimador de máxima verossimilhança (MLE), considerado uma referência entre métodos de estimação. Os resultados apresentam uma precisão aproximadamente de 8% inferiores aos resultados da técnica baseada no MLE, mas uma redução no desvio padrão de 6% graças à remoção dos *outliers*.

### 7.1 Sugestão de trabalhos futuros

Os estudos sobre FDOA nesta dissertação foram baseados em sinais monotônicos. Porém, na prática encontramos grande variedade de aplicações com sinais pulsados, como o caso do pulso radar. Assim, com o objetivo de estender a aplicabilidade do que foi apresentado nesta dissertação, seria essencial analisar o comportamento de sinais de banda estreita (tal como o caso do radar pulsado) ao efeito Doppler e adaptar as técnicas apresentadas a esta realidade.

Além disso, o método *on-the-fly* considera um emissor estacionário. No caso de um cenário naval, o emissor pode ser um navio em movimento, ainda que com velocidade muito menor à da aeronave. Apesar do sistema atual ser capaz de detectar um navio em baixa velocidade, seria interessante acrescentar ao método um fator de esquecimento, levando em consideração o tempo de deslocamento do alvo, a fim da estimativa permanecer sempre atualizada. Em outras palavras, um próximo passo seria a investigação de uma versão do estimador baseado em FDOA com capacidade MTI (do inglês, *Moving Target Indicator*) (33).

# REFERÊNCIAS

1 NERI, F. Introduction to electronic defense systems. [S.l.]: SciTech Publishing, 2006. 14

2 SANTOS, E. C. d. Avaliação de desempenho de algoritmos de localização de emissores de rf baseados em medidas de marcação em um cenário naval. *Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia*, 2017. 14

3 POISEL, R. *Electronic warfare target location methods*. [S.l.]: Artech House, 2012. 14, 15, 18, 37

4 ADAMY, D. *EW 102: a second course in electronic warfare*. [S.l.]: Artech House, 2004. 14

5 BORZINO, Â. M. C. R.; APOLINÁRIO Jr., J. A.; CAMPOS, M. L. R. de. Consistent DOA estimation of heavily noisy gunshot signals using a microphone array. *IET Radar, Sonar & Navigation*, IET, v. 10, n. 9, p. 1519–1527, 2016. 14

6 CHESTNUT, P. C. Emitter location accuracy using TDOA and differential Doppler. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, IEEE, n. 2, p. 214–218, 1982. 14

7 APOLINÁRIO Jr., J. A.; YAZDANPANAH, H.; NASCIMENTO, A.; CAMPOS, M. L. R. de. A data-selective LS solution to TDOA-based source localization. In: IEEE. *ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.], 2019. p. 4400–4404. 14

8 ZHU, J.; CHEN, Q.; ZHANG, J. Localization optimization algorithm of maximum likelihood estimation based on received signal strength. In: IEEE. *Communication Software and Networks (ICCSN), 2017 IEEE 9th International Conference on.* [S.I.], 2017. p. 830–834. 15

9 ZHENG, Y.; XIA, T.; WANG, X.; WAN, Q. A new algorithm for FOA and 2-D AOA estimation. In: IEEE. 2007 IEEE International Conference on Signal Processing and Communications. [S.I.], 2007. p. 1263–1266. 15

10 TAYEM, N.; KWON, H. M.; MIN, S.; KANG, D. FOA and 2-D DOA estimation with propagator method. In: IEEE. VTC-2005-Fall. 2005 IEEE 62nd Vehicular Technology Conference, 2005. [S.l.], 2005. v. 4, p. 2211–2215. 15

11 TRAN, X. L.; VESELY, J.; DOAN, S. V.; HUBACEK, P. Estimation of target position from a moving passive system using the differential Doppler method. In: IEEE. *Mechatronics-Mechatronika (ME), 2016 17th International Conference on.* Praga, Republica Tcheca, 2016. p. 1–5. 15, 16, 19, 24, 27, 29

12 AMAR, A.; WEISS, A. J. Optimal radio emitter location based on the Doppler effect. In: IEEE. Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop, 2008. SAM 2008. 5th IEEE. Darmstadt, Alemanha, 2008. p. 54–57. 15, 16

13 JIA, C.; YIN, J.; YANG, Z.; ZHANG, L. Position and velocity estimation using TOA and FOA based on lagrange programming neural network. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series.* [S.l.], 2019. v. 1284, n. 1, p. 012064. 15

14 VESELY, J. Differential Doppler target position fix computing methods. In: *IEEE proceedings of the international conference on circuits, systems, signals.* [S.l.: s.n.], 2010. p. 284–287. 15, 30, 34, 35, 37

15 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J.; ROMO, J. H. Fundamentos de física. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 2001. II. 16

16 YEREDOR, A. On passive TDOA and FDOA localization using two sensors with no time or frequency synchronization. In: IEEE. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. vancouver, Canada, 2013. p. 4066–4070. 16, 40

17 LEON-GARCIA, A. Probability, statistics, and random processes for electrical engineering. [S.l.]: Pearson Education, 2017. 22, 23

18 RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. d. R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais.* [S.l.]: Makron Books do Brasil, 1997. 32

19 BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; REYNOLDS, A. C. *Numerical analysis.* [S.l.]: PWS publishing company, 1978. 32

20 LEVANON, N. Interferometry against differential Doppler: performance comparison of two emitter location airborne systems. In: IET. *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*. [S.l.], 1989. v. 136, n. 2, p. 70–74. 37, 38

21 HAYKIN, S.; MOHER, M. Introdução aos Sistemas de Comunicação. [S.l.]: Porto Alegre: Bookman/Grupo A, 2008. 42

22 OPPENHEIM, A.; SCHAFER, R. *Processamento em tempo discreto de sinais.* [S.l.]: São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. 42, 47

23 DESAINTE-CATHERINE, M.; MARCHAND, S. High-precision Fourier analysis of sounds using signal derivatives. *Journal of the Audio Engineering Society*, Audio Engineering Society, v. 48, n. 7/8, p. 654–667, 2000. 44, 45, 46

24 RODRÍGUEZ, D. P. N.; APOLINÁRIO Jr., J. A.; BISCAINHO, L. W. P. Audio authenticity: Detecting enf discontinuity with high precision phase analysis. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, IEEE, v. 5, n. 3, p. 534–543, 2010. 44

25 ESQUEF, P. A. A.; APOLINÁRIO Jr., J. A.; BISCAINHO, L. W. Edit detection in speech recordings via instantaneous electric network frequency variations. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, IEEE, v. 9, n. 12, p. 2314–2326, 2014. 47

26 LEON, C. Time-frequency analysis: theory and applications. USA: Pnentice Hall, 1995. 47

27 TIBSHIRANI, R.; HASTIE, T. Outlier sums for differential gene expression analysis. *Biostatistics*, Oxford University Press, v. 8, n. 1, p. 2–8, 2006. 53

28 KANNAN, K. S.; MANOJ, K.; ARUMUGAM, S. Labeling methods for identifying outliers. *International Journal of Statistics and Systems*, v. 10, n. 2, p. 231–238, 2015. 53

29 LEVANON, N. Lowest GDOP in 2-d scenarios. *IEE Proceedings-radar, sonar and navigation*, IET, v. 147, n. 3, p. 149–155, 2000. 58

30 MAHAFZA, B. R.; ELSHERBENI, A. *MATLAB simulations for radar systems design*. [S.1.]: Chapman and Hall/CRC, 2003. 64, 66

31 MAHAFZA, B. R. *Radar systems analysis and design using MATLAB*. [S.1.]: Chapman and Hall/CRC, 2005. 66

32 RODRIGUES, W. d. C.; APOLINÁRIO Jr., J. A. An on-the-fly FDOA-based target localization system. A ser apresentado em 11th IEEE Latin American Symposium on Circuits and Systems LASCAS 2020, San José, Costa Rica, 2020. 73

33 LV, G.; WANG, J.; LIU, X. Synthetic aperture radar based ground moving target indicator using symmetrical Doppler rate matched filter pairs. In: IEEE. 2012 IEEE Radar Conference. [S.l.], 2012. p. 0962–0967. 81